

## 界面捕捉型摩耗モデルを用いたビーズミル形状のパラメータ最適化

塙入 一希<sup>1</sup>, 中島 翼<sup>1</sup>, 浅井 光輝<sup>2</sup>, 三目 直登<sup>3\*</sup>

### Shape Parameter Optimization of Bead Mills Using Interface Capturing Wear Model

Kazuki Shioiri<sup>1</sup>, Tsubasa Nakajima<sup>1</sup>, Mitsuteru Asai<sup>2</sup> and Naoto Mitsume<sup>3\*</sup>

Received 17 June 2025; Accepted 21 August 2025

Recent advances in bead mill design have been achieved through optimization using the Discrete Element Method (DEM). This is because the impact energy of beads calculated by DEM is well correlated with the actual grinding performance of bead mills. However, wear is inevitable in bead mills, leading to a decline in grinding performance and making it difficult to maintain the effectiveness of the optimized shape over time. In this study, we propose a shape optimization system that accounts for wear. The proposed system integrates the Design of Experiments (DOE) for analyzing shape parameters and the Interface Capturing Wear Model (ICWM) for accurate and robust wear simulation. The effectiveness of optimized bead mill is validated through comparison with actual grinding experiments.

**Keywords:** Bead mill, Optimization, Design of Experiments, Discrete Element Method, Interface Capturing Method.

### 1. 緒言

ビーズミルは、ビーズによる衝突力や剪断力をを利用して対象物の粉体を微細化する産業用の粉碎機である[1,2]。塗料や化粧品、二次電池、セラミックスコンデンサーなどさまざまな製品の素材生産に用いられ[3–5]、粉碎機メーカーはより粉碎性能の高いビーズミルの開発に注力している。昨今では、コンピューター技術の発展に伴い離散要素法 (DEM: Discrete Element Method) [6]を用いたシミュレーションがビーズミルの粉碎性能評価に役立てられている[7,8]。さらに、DEMを用いて複数のビーズミル形状の解析結果を比較することでビーズミルの最適形状を探索する報告がされている[9,10]。

ビーズミルは高い粉碎性能を持つ一方で、ビーズ衝突によって粉碎効果を得ることから部品摩耗が避けられない装置である。摩耗によって粉碎性能が低下するため、

装置使用開始初期に比べて長期間の使用後には処理時間の延長などにより生産コストが高くなる問題を持つ[11,12]。そのため、ビーズミル開発においては初期形状が持つ最大粉碎性能だけでなく、摩耗を伴う粉碎性能の持続性についても考慮することが重要となる。しかしながら、摩耗現象を実機実験にて評価する場合には長時間の実験時間を要するため、いくつもの装置形状を比較して検討することは困難である。

それに対し、ビーズ衝突による摩耗現象を時間連続的に評価するシミュレーション手法として界面捕捉型摩耗モデル (ICWM: Interface Capturing Wear Model) [13]が開発され、ビーズミルの摩耗状態を効率的に評価することができるようになった。この方法は、装置内部のビーズ衝突を力積型離散要素法 (IB-DEM: Impulse Based DEM) [14]によって解くことで計算コストを低減し、界面捕捉型の剛体壁境界の変形計算によって大きな形状変形の計算を頑健におこなうことができる方法である。本来ではごく微量な体積減少として長時間にわたって進行する摩耗現象に対し、計算頑健性を活かして摩耗量を加速的に付与することによって、現実世界での摩耗経過時間をシミュレーション上で大幅に削減することが可能となる。これにより、ICWMはきわめて効率的な摩耗形状の再現を実現した。ICWMは、摩耗を伴う粉碎性能の定量的な変化を時間連続的に評価することができ、具体的な摩耗後の部品形状の情報が得られる点で有用な方法である。

本研究では、ビーズミルの摩耗を定量的に解析可能なICWM[13]を複数の装置形状の解析に利用し、シミュレーション結果を統計解析で評価することにより、粉碎性能

1 アシザワ・ファインテック株式会社  
(〒275-8572 千葉県習志野市西浜 1-4-2)

Ashizawa Finetech Ltd.  
(1-4-2 Akanehama, Narashino, Chiba 275-8572, Japan)  
2 九州大学大学院 工学研究院附属アジア防災研究センター  
(〒819-0395 福岡市西区元岡 744)  
Disaster Risk Reduction Research Center, Graduate School of Engineering, Kyushu University  
(744 Motoooka Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan)

3 筑波大学 システム情報系  
(〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)  
Institute of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba  
(1-1-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki 305-8573, Japan)  
\* Corresponding Author mitsume@kz.tsukuba.ac.jp

の持続性までを考慮した装置形状の最適化方法を提案する。具体的には、まず基準となるビーズミルの形状から任意箇所の寸法を形状パラメータとして抽出し、実験計画法（DOE: Design of Experiments）[15,16]を用いて形状パラメータの条件を整理して効率的な実験方法を設計する。次に、組み合わせられた形状条件に従って作成された三次元モデルを用い、ICWMによる数値実験をおこなう。最後に、実験結果の分散分析から形状パラメータが持つ影響の信頼性と再現性を評価することで、統計的な裏付けのある最適形状を決定する。この方法で得られた最適形状のビーズミルは、高い粉碎性能とともにその粉碎性能を持続的に持つことが期待できる。本研究では、提案手法によって得られた最適形状のビーズミルと基準形状のビーズミルを実物で製作し、提案手法が予測する粉碎性能の優劣の正しさを実機による粉碎実験によって検証した。従来の方法[9,10]では粉碎機の初期形状が持つ最大粉碎性能の最適化を検討しているのに対し、本研究の提案手法では装置運用期間における粉碎性能の持続性までを考慮した最適形状の探索が可能となり、生産における運用コストの低減や環境負荷低減に貢献することが期待できる。

以下では、まず2章で提案手法の詳細を述べる。本研究のシミュレーションで用いたIB-DEMとICWMの説明をし、DOEの概要を述べた上で提案する最適化システムの全体像を説明する。3章では形状最適化の具体例としてピンロータ型の乾式ミルを取り扱う。最適化対象となるパラメータの説明と提案手法を適用する条件について説明し、シミュレーションから粉碎実験を用いた妥当性確認までの結果と考察を述べる。この3章で用いた分散分析の計算方法に関しては、研究方法の説明を煩雑にするためAppendixに記載する。そして、最後に4章で結言を述べる。

なお、数式における変数に対して方向を表す場合にはローマン体で法線方向nと接線方向tを表示し、時刻tを表す場合にはイタリック体で右肩に表示する。

## 2. 提案手法の詳細

### 2.1 力積型離散要素法：IB-DEM

本研究では、ビーズミル内部のビーズの運動をIB-DEM[14]により解析した。IB-DEMは、従来のDEMに比べてバネ剛性に依存した時間解像度の制約が大幅に緩和されるため、大きな時間増分を使うことで粒子同士の衝突を効率的に解析できる手法である。

IB-DEMでは、まず時刻tにおける重力などの外力Fによって、すべての粒子iの速度 $\mathbf{v}_i^t$ を時間増分 $\Delta t$ および粒子の質量 $m_i$ を用いて以下の式で更新する。

$$\mathbf{v}_i^* = \mathbf{v}_i^t + \frac{\mathbf{F}_i^t}{m_i} \Delta t \quad (1)$$

記号の\*は仮の時刻を表す。近接する粒子i, jのペアについて、位置 $\mathbf{x}_i$ ,  $\mathbf{x}_j$ 、速度 $\mathbf{v}_i^*$ ,  $\mathbf{v}_j^*$ 、粒子中心からの接触点位置ベクトルを $\mathbf{r}_i$ ,  $\mathbf{r}_j$ とし、粒子同士のオーバーラップ

量 $\delta_{ij}$ の条件

$$\delta_{ij} = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| - |\mathbf{r}_i| - |\mathbf{r}_j| < 0 \quad (2)$$

および相対法線速度 $\mathbf{v}_{n,ij}$ と法線方向単位ベクトル $\mathbf{n}_{ij}$ の条件

$$\mathbf{v}_{n,ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} < 0 \quad (3)$$

が同時に成立した際に粒子同士の衝突が発生したと判定する。ここで、法線方向単位ベクトル $\mathbf{n}_{ij}$ 、接線方向単位ベクトル $\mathbf{t}_{ij}$ を

$$\mathbf{n}_{ij} = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|} \quad (4)$$

$$\mathbf{t}_{ij} = \frac{\mathbf{v}_{t,ij}}{|\mathbf{v}_{t,ij}|} \quad (5)$$

で定義し、相対速度 $\mathbf{v}_{ij}$ 、相対法線速度 $\mathbf{v}_{n,ij}$ 、角速度 $\boldsymbol{\omega}_i$ ,  $\boldsymbol{\omega}_j$ を用いて相対接線速度 $\mathbf{v}_{t,ij}$ を

$$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i^* - \mathbf{v}_j^* \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_{n,ij} = (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}) \mathbf{n}_{ij} \quad (7)$$

$$\mathbf{v}_{t,ij} = \mathbf{v}_{ij} - \mathbf{v}_{n,ij} + (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_i - \boldsymbol{\omega}_j \times \mathbf{r}_j) \quad (8)$$

で定義している。衝突を検出した際には粒子同士が表面接触する時間を検査する各衝突ペアの特徴時間 $\tau_{ij}$ を

$$\tau_{ij} = \frac{\mathbf{v}_{n,ij} \cdot \mathbf{n}_{ij}}{\delta_{ij}} \quad (9)$$

で算出し、特徴時間 $\tau_{ij}$ が大きい衝突ペア、つまり衝突の早いペアから順にソートする。粒子の相対質量 $m_{ij}$ を粒子iとjの質量 $m_i$ ,  $m_j$ を用いて

$$m_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \quad (10)$$

で定義する。壁と衝突した際には、壁の質量を無限大として相対質量を求める。反発係数eを用いて衝突ペアの法線方向力積 $\mathbf{Q}_{n,ij}$ は

$$\mathbf{Q}_{n,ij} = -(1+e)m_{ij}\mathbf{v}_{n,ij} \quad (11)$$

となり、球の慣性モーメント $I_i$ ,  $I_j$ を用いて衝突ペアの接線方向力積 $\mathbf{Q}_{t,ij}$ は

$$\mathbf{Q}_{t,ij} = -\frac{(1+e)\mathbf{v}_{t,ij}}{m_{ij}^{-1} + |\mathbf{r}_i|^2 I_i^{-1} + |\mathbf{r}_j|^2 I_j^{-1}} \quad (12)$$

となる。接線方向では摩擦係数 $\mu$ を用いてクーロン摩擦則に基づく制限として以下の式に従う。

$$\mathbf{Q}_{t,ij} = \begin{cases} -\mu |\mathbf{Q}_{t,ij}| \mathbf{t}_{ij} & |\mathbf{Q}_{t,ij}| \geq \mu |\mathbf{Q}_{t,ij}| \\ \mathbf{Q}_{t,ij} & |\mathbf{Q}_{t,ij}| < \mu |\mathbf{Q}_{t,ij}| \end{cases} \quad (13)$$

おのおのの衝突ペアは衝突の早いペアから順にEqs.(11)~(13)の力積によって以下のように逐次的な速度 $\mathbf{v}_i$ ,  $\mathbf{v}_j$ と角速度 $\boldsymbol{\omega}_i$ ,  $\boldsymbol{\omega}_j$ の更新をおこなう。

$$\mathbf{v}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{v}_i^* + \frac{\mathbf{Q}_{t,ij} + \mathbf{Q}_{n,ij}}{m_i} \quad (14)$$

$$\mathbf{v}_j^{t+\Delta t} = \mathbf{v}_j^* - \frac{\mathbf{Q}_{t,ij} + \mathbf{Q}_{n,ij}}{m_j} \quad (15)$$

$$\omega_i^{t+\Delta t} = \omega_i + \frac{\mathbf{r}_i \times \mathbf{Q}_{t,ij}}{I_i} \quad (16)$$

$$\omega_j^{t+\Delta t} = \omega_j - \frac{\mathbf{r}_j \times \mathbf{Q}_{t,ij}}{I_j} \quad (17)$$

すべての衝突ペアの計算が終了後、更新された速度を時刻  $t + \Delta t$  における物理量とみなし、粒子の位置  $\mathbf{x}_i$  を以下の式に従って更新する。

$$\mathbf{x}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+\Delta t} \Delta t + \mathbf{S}_i^t \quad (18)$$

$\mathbf{S}_i$  は不要な粒子体積の減少を補正する安定化項であり

$$\mathbf{S}_i^t = \sum_{j \neq i} \alpha \left( -\frac{m_{ij}}{m_i} \delta_{ij} - \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\mathbf{F}_i^t}{m_i} \cdot \mathbf{n}_{ij} \right) \mathbf{n}_{ij} \quad (19)$$

で定義される。 $\alpha$  は 0 から 1 の値を持つ緩和係数である。本研究では外力を重力のみとし、 $\alpha$  を 1.0 とした。IB-DEM の時間解像度に対する制約条件は

$$\Delta t < \frac{\min(|\mathbf{r}_i|, |\mathbf{r}_j|)}{|\mathbf{v}_{n,i}|} \quad (20)$$

となる。これは、衝突する粒子同士の過剰なオーバーラップによって粒子が貫通してしまうことを防ぐためである。

ビーズが衝突するときに持つ運動エネルギーを衝突エネルギーと定義し、ビーズミルの粉碎性能を評価する指標に用いる[7]。時間増分  $\Delta t$  間において、Eqs. (2), (3) の衝突判定で検出されたすべての衝突ペアに対し、衝突前における粒子の相対速度  $\mathbf{v}_{ij}$  とビーズ質量  $m_i$  を用いて、衝突エネルギー  $E$  は

$$E = \sum_{(i,j) \in C} \frac{m_i}{2} |\mathbf{v}_{ij}|^2$$

$$C = \{(i,j) \mid 1 \leq i \neq j \leq N, \quad |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| - |\mathbf{r}_i| - |\mathbf{r}_j| < 0 \wedge \mathbf{v}_{n,ij} \cdot \mathbf{n}_{ij} < 0\} \quad (21)$$

とする。 $N$  は粒子の総数であり、 $C$  は積算対象となる粒子の集合である。このとき、衝突対象である  $j$  はビーズだけでなく装置壁面も含める。

## 2.2 界面捕捉型摩耗モデル：ICWM

本研究では、ビーズが装置壁面に衝突したときの摩耗変形を ICWM[13]によって解析した。ICWM は、陰関数によって表現された剛体壁の摩耗変形を界面捕捉型の計算で解くことで、大変形の際にも計算が破綻することのない頑健な壁変形計算の手法である。

ICWM では、装置壁面に相当する剛体壁境界を符号付距離関数（SDF: Signed Distance Function）を利用した壁モデル[17]によって表現する。領域  $\Omega$  に対して物体の内外の境界を  $\partial\Omega$ 、物体内部領域を領域  $\Omega^+$ 、物体外部領域  $\Omega^-$  とし、領域内の任意の位置  $x$  における SDF を表す関数  $\phi(x)$  は

$$\begin{cases} \phi(x) > 0 & x \in \Omega^+ \\ \phi(x) = 0 & x \in \partial\Omega \\ \phi(x) < 0 & x \in \Omega^- \end{cases} \quad (22)$$

と定義する。SDF は十分に滑らかで以下の Eikonal 方程式を満たす関数である。

$$|\nabla \phi(x)| = 1 \quad (23)$$

領域  $\Omega$  内に生成された構造格子の節点に SDF を配置する。境界  $\partial\Omega$  からの法線方向単位ベクトル  $\mathbf{n}_\phi$  を SDF の空間微分によって

$$\mathbf{n}_\phi = \frac{\nabla \phi(x)}{|\nabla \phi(x)|} \quad (24)$$

で定義する。これらの定義から粒子  $i$  と境界  $\partial\Omega$  との衝突条件 Eq. (2) は、壁と粒子表面との距離  $\delta_{i-\partial\Omega}$  から

$$\delta_{i-\partial\Omega} = \phi(\mathbf{x}_i) - |\mathbf{r}_i| < 0 \quad (25)$$

で定義され、Eq. (3) については境界  $\partial\Omega$  の速度  $\mathbf{v}_{\partial\Omega}$  を用いて壁に対する粒子の法線方向相対速度  $\mathbf{v}_{n,i-\partial\Omega}$  と法線方向単位ベクトル  $\mathbf{n}_\phi$  から

$$\mathbf{v}_{n,i-\partial\Omega} \cdot \mathbf{n}_\phi = (\mathbf{v}_i^* - \mathbf{v}_{\partial\Omega}) \cdot \mathbf{n}_\phi < 0 \quad (26)$$

で定義される。IB-DEM における壁との衝突は  $\delta_{i-\partial\Omega}$  および  $\mathbf{n}_\phi$  を用いて解かれる。

ICWM では、以下の Hamilton-Jacobi 方程式を解くことで摩耗による壁変形を表現する。

$$\frac{\partial \phi(t, \mathbf{x})}{\partial t} = -\Delta V(t, \mathbf{x}) |\nabla \phi(t, \mathbf{x})| \quad (27)$$

ここで、 $\Delta V$  は摩耗則によって表される摩耗体積であり、本研究では Finnie 則[18]を用いた。Finnie 則では、壁に衝突する粒子の衝突角度  $\theta$  と衝突エネルギー  $E$  に依存して摩耗体積  $\Delta V$  が決定される。SDF の格子節点  $k$  において、時間増分  $\Delta t$  間で衝突が検出された粒子  $i$  からの作用によって除去される Finnie 則の摩耗体積  $\Delta V_k$  は、摩耗定数  $\beta$ 、衝突角度  $\theta_k$  を用いて

$$\Delta V_k = \begin{cases} \beta \frac{m_i}{2} |\mathbf{v}_{i-\partial\Omega_k}|^2 (\sin(2\theta_k) - 3\sin^2(\theta_k)) \tan(\theta_k) \leq \frac{1}{3} \\ \beta \frac{m_i}{2} |\mathbf{v}_{i-\partial\Omega_k}|^2 \left( \frac{\cos^2(\theta_k)}{3} \right) \tan(\theta_k) > \frac{1}{3} \end{cases} \quad (28)$$

と表す。これは、SDF の格子節点  $k$  の境界面  $\partial\Omega_k$  と衝突した粒子の持つ運動エネルギーに比例した摩耗量を持つことを示す。粒子が壁面に衝突する際の衝突角度  $\theta_k$  は、粒子  $i$  と壁面境界  $\partial\Omega_k$  の相対速度  $\mathbf{v}_{i-\partial\Omega_k}$  と法線方向相対速度  $\mathbf{v}_{n,i-\partial\Omega_k}$  を用いて

$$\theta_k = \arcsin \frac{|\mathbf{v}_{n,i-\partial\Omega_k}|}{|\mathbf{v}_{i-\partial\Omega_k}|} \quad (29)$$

とされる。

Eq. (27) を差分法によって離散化する。Eq. (27) の左辺に対して前進オイラー差分、右辺に対して Allaire らの風上差分[19]を適用することで、それぞれの格子節点  $k$  に対する支配方程式は次式のように離散化される。

$$\phi_k^{t+\Delta t} = \phi_k^t - \Delta t [\max(\Delta V_k, 0) \nabla_k^+ + \min(\Delta V_k, 0) \nabla_k^-] \quad (30)$$

ここで、 $\nabla_k^+$ ,  $\nabla_k^-$  は

$$\begin{aligned} \nabla_k^+ &= \left[ \max(D^{-x}\phi_k^t, 0)^2 + \min(D^{+x}\phi_k^t, 0)^2 + \max(D^{-y}\phi_k^t, 0)^2 \right. \\ &\quad \left. + \min(D^{+y}\phi_k^t, 0)^2 + \max(D^{-z}\phi_k^t, 0)^2 + \min(D^{+z}\phi_k^t, 0)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\nabla_k^- = \left[ \max(D^{+x}\phi_k^t, 0)^2 + \min(D^{-x}\phi_k^t, 0)^2 + \max(D^{+y}\phi_k^t, 0)^2 + \min(D^{-y}\phi_k^t, 0)^2 + \max(D^{+z}\phi_k^t, 0)^2 + \min(D^{-z}\phi_k^t, 0)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

を表し、 $D$ は前進差分および後退差分を表す微分演算子であり、格子幅  $h$  として、たとえば位置  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  の SDF に対して

$$D^{+x}\phi_k^t = \frac{\phi(t, x_k + h, y_k, z_k) - \phi(t, x_k, y_k, z_k)}{h} \quad (33)$$

のようになる。Eq. (30) を用いて  $\phi$  を更新をする際には、すべての格子節点において格子幅  $h$ 、時間増分  $\Delta t$ 、摩耗体積  $\Delta V_k$  が以下の CFL 条件を満たす必要がある。

$$\Delta t |\Delta V_k| < h \quad (34)$$

この CFL 条件の調整には摩耗定数  $\beta$  を用いておこない、条件を満たす範囲で大きな摩耗定数  $\beta$  を設定することで加速的に摩耗を再現することが可能となる。これは、単位時間あたりの摩耗変形量を大きく課すことで、計算空間内の摩耗を実現象に比べて短時間で進行させることを意味する。

衝突によって発生する剛体壁境界の形状変化はきわめて局所的に起こるため、境界形状の再現精度が低下する問題を引き起こす。この問題に対して、拡張成長速度場 (EVF: Extension Velocity Field) を用いることで再現精度低下を防ぐ[20]。ICWM における EVF の適用方法の詳細は文献[13]を参照されたい。

各格子点で摩耗量が計算された状態で EVF を適用した後、Eq. (30) による  $\phi$  の更新を計算する。また、すべての格子節点から最近傍の境界  $\partial\Omega$  を探索すると計算コストが高くなるため、EVF を適用する際には探索対象の格子を境界  $\partial\Omega$  から一定の幅に制限することで不要な計算を除外して計算コストの増加を防ぐ。本研究では、このときの探索対象範囲は境界  $\partial\Omega$  からビーズ直径の 2 倍の幅の範囲としている。

摩耗変形の計算と IB-DEM による粒子衝突の計算は逐次時差解法[21]にて連成する。まず、IB-DEM によって装置内部のビーズ衝突挙動を計算する。この計算の最中で得られた壁面と粒子の衝突エネルギーと摩耗則を用いて変形量を計算し、計算された変形量を各節点に記憶する。次に、各節点の変形量に EVF を適用させる。最後に各節点の変形量に応じた SDF の更新を計算する。本研究では、摩耗変形の計算と粒子衝突の計算のそれぞれにおいて同じ大きさの時間増分  $\Delta t$  を用いている。

SDF で表現された装置部品は近似 Heaviside 関数によって部品体積へ換算できる[22]。 $\phi$  が配置された格子の節点番号  $k$  として、 $\phi$  を以下の近似 Heaviside 関数によって部品体積  $V_{\text{parts}}$  へ変換する。

$$V_{\text{parts}} = \sum_{k \in \{\text{parts}\}} \begin{cases} 0 & \phi_k > h \\ \frac{h^3}{2} \left( 1 - \frac{\phi_k}{h} + \frac{1}{\pi} \sin\left(-\frac{\pi\phi_k}{h}\right) \right) & |\phi_k| \leq h \\ h^3 & \phi_k < -h \end{cases} \quad (35)$$

集合  $\{\text{parts}\}$  は格子節点の集合であり、複数ある部品の内から任意の部品のみを抽出して体積を計算する場合には対象部品が含まれる格子範囲を集合  $\{\text{parts}\}$  として設定する。本研究ではビーズミルの攪拌部品であるロータ部を含む格子範囲を体積測定の対象とした。

### 2.3 実験計画法：DOE

本研究では、装置形状の最適化のために DOE[15,16] を用いた。DOE は、結果における複数の要因から効率的な実験方法を設計し、実験結果からわかる要因の傾向性把握だけでなく得られた結果の信頼性と再現性を担保する手法である。

DOE では、おもに直交表を用いてパラメータの整理をする。ビーズミルの最適化に適用する場合には、基準となるビーズミル形状から任意の部品寸法を抽出して形状パラメータとして扱う。抽出する形状パラメータは、穴径や突起長さやそれらの数など任意のものを選択することができるため、複雑な形状を持つビーズミルにも適用可能である。基準となる寸法値などに対して、その形状パラメータのレベルを変化させることを考える。任意の直交表を用いてパラメータごとにレベルの割り付けをおこない、組み合わされた形状条件ごとに実験を実施する。得られた実験結果を分散分析 (ANOVA: Analysis of Variance) によって検証する。ANOVA では、パラメータが結果における影響の有意差を F 検定によって評価する。パラメータが 1 つでレベルが  $i = \{1, 2, \dots, N_L\}$ 、繰り返し数が  $j = \{1, 2, \dots, N_R\}$  の実験の場合、実験によって得られた結果  $Z_{ij}$  は、全体平均  $M$ 、パラメータの効果  $J_i$ 、誤差  $\varepsilon_{ij}$  とすると、以下の線形結合モデルを仮定している。

$$Z_{ij} = M + J_i + \varepsilon_{ij} \quad (36)$$

このとき、誤差  $\varepsilon_{ij}$  は平均 0 で分散  $\sigma^2$  の正規分布  $N(0, \sigma^2)$  に従うとする。主効果  $J_i$  は

$$\sum_{i=1}^{N_L} J_i = 0 \quad (37)$$

とする。全体平均の推定値  $\bar{Z}$

$$\bar{Z} = \frac{1}{N_L N_R} \sum_{i=1}^{N_L} \sum_{j=1}^{N_R} Z_{ij} \quad (38)$$

とレベル  $i$  の推定値  $\bar{Z}_i$

$$\bar{Z}_i = \frac{1}{N_R} \sum_{j=1}^{N_R} Z_{ij} \quad (39)$$

を用いると、全体の変動 SST は

$$SST = \sum_{i=1}^{N_L} \sum_{j=1}^{N_R} (Z_{ij} - \bar{Z})^2 \quad (40)$$

パラメータの変動 SSP は

$$SSP = N_R \sum_{i=1}^{N_L} (\bar{Z}_i - \bar{Z})^2 \quad (41)$$

誤差による変動 SSE は

$$SSE = SST - SSP \quad (42)$$

となり、パラメータの平均平方 MSP は自由度  $(N_L - 1)$  を

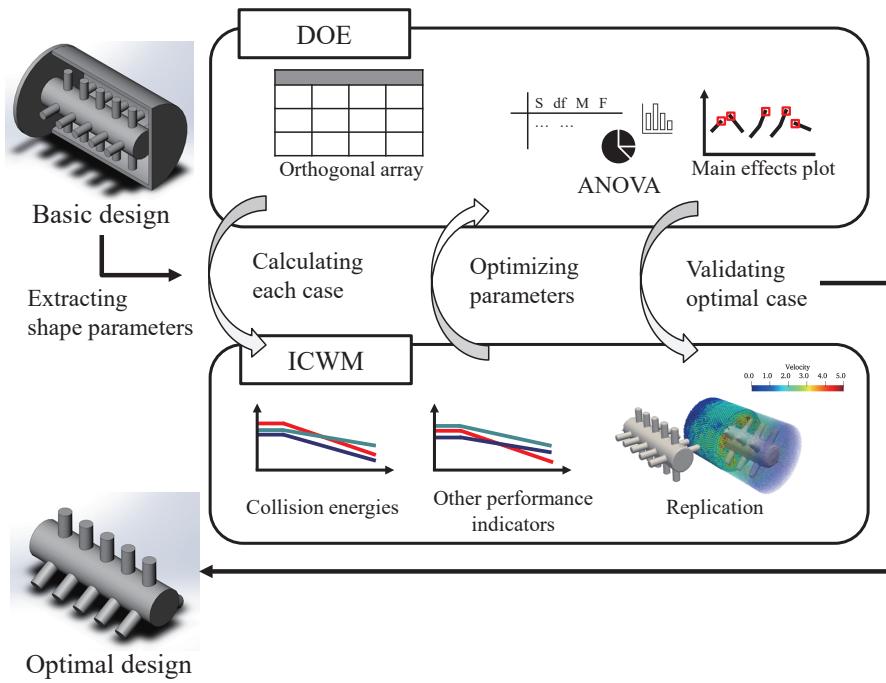


Fig. 1 Schematic figure of proposed shape optimization system

用いて

$$MSP = \frac{SSP}{N_L - 1} \quad (43)$$

誤差の平均平方 MSE も同様に

$$MSE = \frac{SSE}{N_L(N_R - 1)} \quad (44)$$

となり、すべての主効果に差がないとする帰無仮説  $H_0: J_i = 0$  を立てる。分散比 F を

$$F = \frac{MSP}{MSE} \quad (45)$$

と計算し、任意の有意水準に対して F 検定を実施する。分散比 F が有意に大きな値を持てば、帰無仮説を棄却する。帰無仮説が棄却されたとき、パラメータの影響による結果の差は偶然のバラつきではなく信頼性と再現性が高い結果であると判断できる。

実用的な DOE の適用は実験者の目的や実験環境に依存するため、実験方法のパターンが豊富にあり、ANOVA の計算方法は適用した DOE の実験条件に従う。本研究における具体的な適用方法や分析方法は 3 章に記載する。また本研究では、有意水準 5% の F 検定を実施するとともに、各パラメータの寄与率と主効果の比較によって最適値を決定している。

#### 2.4 最適化システムの全体像

提案する最適化システムの全体像を Fig. 1 に示す。基準となるビーズミルの形状から任意の部品寸法を抽出し、DOE に基づいて形状パラメータの組み合わせを決定し、形状条件ごとに ICWM を用いてビーズの衝突エネルギーと部品体積の時間変化などの評価指標を得る。すべての形状条件に対してシミュレーションが完了した後、ANOVA を用いて結果の信頼性と再現性を担保できる最適値の選

択をし、最適形状を決定する。ANOVA からは各パラメータの主効果の傾向性がわかるため、設定したレベルを越えた値を選択することができる。このような場合には、主効果を外挿条件で推測しているため推定精度が低くなることが考えられる。そのため、最終的に決定した形状条件に対して再び ICWM を用いて効果の検証をすることが重要である。

抽出したパラメータの種類が多い場合、DOE が持つ各種の直交表を利用することで効率的な条件組み合わせに基づいて最適値の探索が可能である。また、パラメータ割り付けや分散分析の工夫によってスクリーニング[23] やロバスト設計[16]を適用することができる。さらに、一般的な製品開発計画の後期では実機を用いた検証実験を要求されることが多いものの、提案手法によって実機を製作する回数を減らし、開発コストの低減が可能となる。

### 3. ビーズミル形状のパラメータ最適化の適用例

#### 3.1 適用対象の説明と適用手順

本章では、高い粉碎性能を維持し続けるビーズミル形状のパラメータ最適化の例として、Fig. 2 に示すピンロータを持つ乾式ビーズミルを取り上げる。ピンロータ型のビーズミルではピンの設計が粉碎性能に大きく影響することが知られているため[11]、ここではピンの直径とピンの本数を形状パラメータとして取り扱う。基準となる形状を STD とし、それぞれのパラメータ基準値に対して大きな値と小さな値の計 3 つのレベルを考え、すべての組み合わせによって形状条件名称を定義した表を Table 1 に示す。STD に比べてピン径が太い形状を Fat、細い形状を Slim とし、STD に比べてロータの軸円周上にピン本数が多いものを Many、少ないものを Few としている。

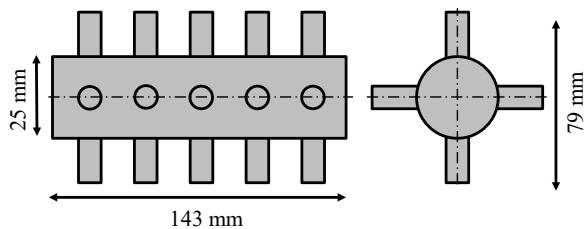


Fig. 2 Schematic figure of pin rotor of dry bead mill

Table 1 Two-ways layout of shape parameters

Number of pins	Diameter of pins		
	Slim (8 mm)	Nominal (10 mm)	Fat (12 mm)
	Few (3 per round)	SlimFew	Few
Nominal (4 per round)	Slim	STD	Fat
Many (5 per round)	SlimMany	Many	FatMany

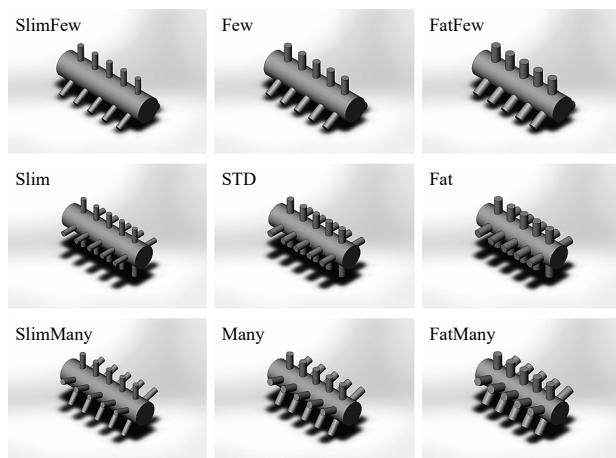


Fig. 3 Rotors of each design condition

各レベルの組み合わせから、たとえば基準形状 STD に対してピン径が細くピン本数が多いものを SlimMany と呼ぶ。Table 1 で示した形状条件に対応するロータの 3D モデルを Fig. 3 に示す。この 3D モデルを用いて装置の壁形状を SDF で再現し、ICWM を用いてシミュレーションを実施する。

ICWM のシミュレーションは、同様の乾式ビーズの摩耗解析によって摩耗形状の再現精度が妥当であることが検証されている[13]。また、SDF 壁モデルはポリゴンメッシュなどを用いた剛体壁の表現方法とは異なるが、ポリゴンメッシュと同等の表現精度が得られていることが検証されている[17]。文献[13]を参考に計算条件とパラメータを次のように設定した。粉碎対象物となる粉の影響を除外し、投入されたビーズの運動のみを計算対象とする。ビーズは摩耗しないものとし、装置の容器外壁であるベッセル表面も摩耗しないものとする。計算は 3.0 s まで実施し、摩耗定数を  $-1.0 \times 10^4$  としている。摩耗定数を大きくすることによって、数百時間におよぶ現実世界の摩耗進行を計算空間内で数秒の間に達成させる。このとき用いる SDF 格子幅はビーズ径の半分である  $1.5 \times 10^{-3}$  m としている。これは、ICWM が提案された文献[13]に比べて粗い

Table 2 Calculation conditions

Parameters	Unit	Value
Timestep	[s]	$2.0 \times 10^{-5}$
Particle parameters		
Diameter	[m]	$3.0 \times 10^{-3}$
Density	[kg/m <sup>3</sup> ]	6,000
Beads weight	[kg]	2.799
Coefficient of restitution	[-]	0.9
Coefficient of friction	[-]	0.2
Number of particle	[-]	33,000
SDF parameters		
Grid size	[m]	$1.5 \times 10^{-3}$
Rotational speed	[rpm]	1,208
Coefficient of wear	[-]	$-1.0 \times 10^4$
Averaging time interval	[s]	0.1
Wear time interval	[s]	0.1

格子幅となっている。格子幅が計算結果におよぼす影響については事前周到的に調査がおこなわれていないものの、本研究の範囲において粉碎性能の優劣の判断には格子幅の影響が少ないことがわかっている。本研究では計算すべき形状の条件数が多いため、形状再現精度より計算コストの低減を優先して粗い格子幅を用いた。ロータ形状以外のシミュレーション条件はすべての条件で同じ値を用いている。シミュレーションの計算条件を Table 2 に示す。

ICWM のシミュレーションでは Table 2 で示した計算条件のほかに、数値解析の計算安定性向上と形状変化に伴う粉碎性能の高精度な評価のために、以下のように計算の設定をする。シミュレーション開始時には計算の安定化を図るために、ロータの回転速度を徐々に増加させるように設定し、この回転加速期間の間では摩耗による形状変化計算を無効にする。設定されたロータ回転速度に達した後にビーズミルは定常回転で稼働し続け、装置内部のビーズ運動が準定常的な衝突を繰り返しているとみなせる時点から摩耗の計算を有効にする。定常回転の期間では、ビーズ同士あるいはビーズと装置壁面の衝突が大量に発生し、Eq. (21) によって得られる衝突エネルギー  $E$  と Eq. (35) によって得られるロータ部品体積  $V_{\text{Rotor}}$  が計測される。ビーズミル内部で発生する瞬間的な衝突現象は時間変化の変動が大きいことが考えられるため、任意の区間で時間平均操作を施したビーズの平均衝突エネルギー  $\bar{E}$  によってビーズミルの粉碎性能を評価する。この平均化をする時間区間内で摩耗による形状変化が進行してしまうと、摩耗による粉碎性能の低下と衝突の時間変動の影響を分離して捉えることが困難になる。粉碎性能の定量的な評価を目的にした時間平均化のために、摩耗を抑制させる区間と摩耗を進行させる区間をスイッチ操作によって設定する。計算設定の模式図を Fig. 4 に示す。Fig. 4 では、ロータの回転速度、摩耗のスイッチ操作、摩耗によるロータ体積の変化を同じ時間軸によって模式的に表している。摩耗を抑制して平均衝突エネルギーを測定する各区間を  $T_0, T_2, T_4, \dots$  と定義する。衝突エネ

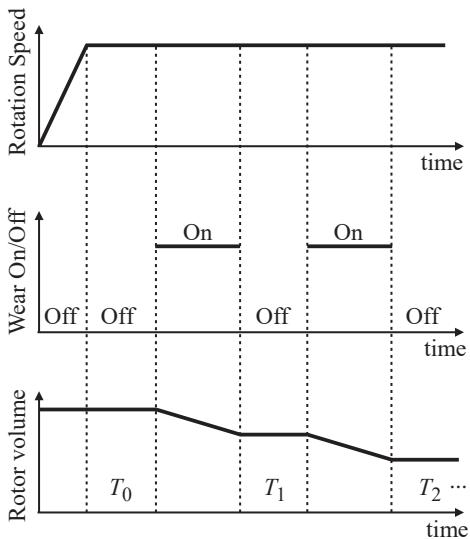


Fig. 4 Schematic figure of the control of calculation conditions.  
 $T_m$  are time sections for averaging performance indicators

ルギーの時間平均化をおこなう区間 $T_m$ の時間間隔は0.1 sであり、Table 2にAveraging time intervalとして記す。同様に、Fig. 4の中段図にてONと示された摩耗を進行させる区間の時間間隔は0.1 sであり、Table 2にWear time intervalとして記す。

Fig. 4で示した方法で設定されたシミュレーション結果をFig. 5に示し、計算設定の状態を確認する。Fig. 5は基本形状STDのシミュレーション結果である。ビーズの衝突エネルギーの時間変化を示すFig. 5 a)をみると、ロータの回転始動時にはビーズ衝突がないため衝突エネルギーは0 Jから始まり、ロータ回転速度が設定値になるまで衝突エネルギーが上昇し続けている。ロータ体積の時間変化を示すFig. 5 b)をみると、ロータ加速期間には摩耗の進行を抑制しているため、衝突エネルギーが上昇し続ける時刻においてロータ部品体積の減少がない。また、ビーズの衝突エネルギーの時間平均をおこなう区間では摩耗を抑制しているため、ロータ部品体積の減少が段階的に進行しており、Fig. 4で示した方法によって摩耗の進行操作を含めた計算の設定が十分に反映されていることがわかる。基本形状STDにおけるシミュレーションによるビーズ挙動の様子をFig. 6に示す。ビーズミル内部のビーズ挙動が見えるようにビーズミルの中腹でビーズのみ断面を切り、ビーズの速度をカラーコンターで示している。ロータは断面表現を用いずにSDF値が0になる等価面を描くことで摩耗前後の剛体壁となる表面形状を表している。Fig. 6 a)は時刻0.15 sにおけるビーズの速度分布である。これはロータが設定回転速度に到達した後の時刻であり、摩耗が進行していない初期形状のロータによってビーズが攪拌されている様子を示す。Fig. 6 b)は時刻2.95 sにおけるビーズの速度分布である。これは摩耗が十分に進行した後の時刻であり、摩耗した形状のロータによってビーズが攪拌されている様子を示す。Fig. 6 a)に比べてFig. 6 b)では、ビーズの平均的な速度が低下していることがわかる。Eq. (21)の定義から、

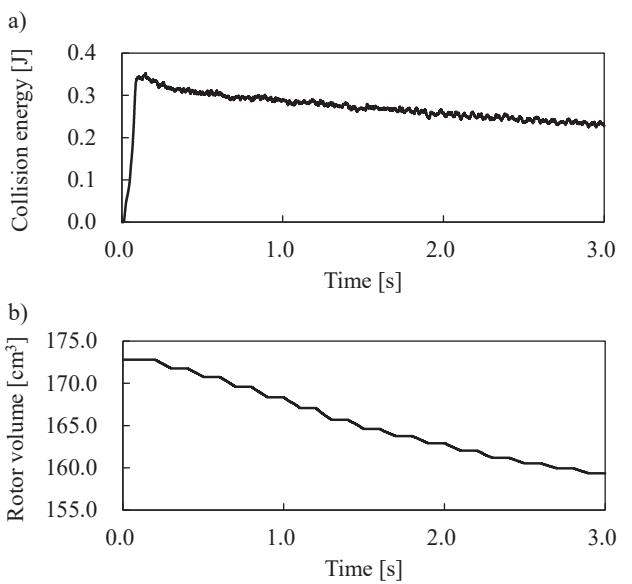


Fig. 5 Time evolution of rotor volume and collision energy due to wear under the STD condition. a) Collision energy. b) Rotor volume

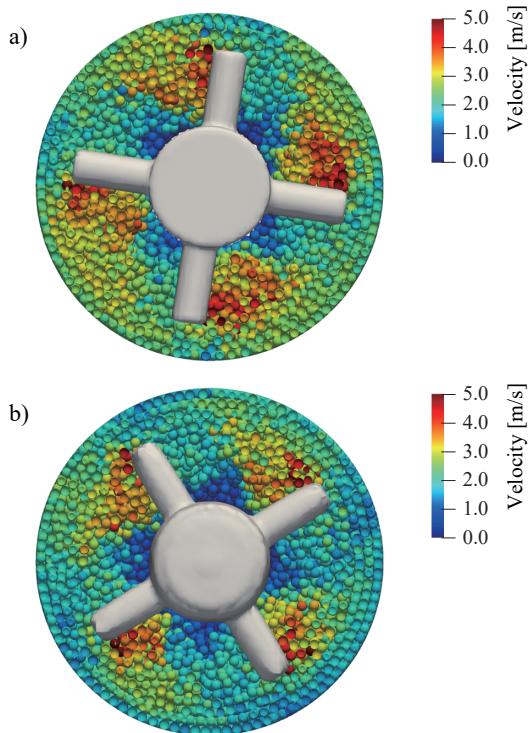


Fig. 6 Velocity distributions of beads at cross section of bead mill.  
a) Time is 0.15 s (before wearing). b) Time is 2.95 s (after wearing)

ビーズの衝突エネルギーはビーズの運動エネルギーに由来しており、Fig. 5 a)に示した衝突エネルギーの低下がロータの摩耗による形状変化によって生じていることが視覚的にわかる。

### 3.2 適用例における最適パラメータの選択

#### 3.2.1 形状条件ごとのシミュレーション結果

データの整理として、形状条件の番号 $n$ と区間 $T_m$ ごとに得られた評価指標 $Y_{n,m}$ をL9直交表に並べ直したもの

**Table 3** Orthogonal array of shape parameters

Case	Diameter of pins	Number of pins	Shape name	Time section		
				$T_0$	$T_1$	...
1	Slim	Few	SlimFew	$Y_{1,0}$	$Y_{1,1}$	
2	Slim	Nominal	Slim	$Y_{2,0}$	$Y_{2,1}$	
3	Slim	Many	SlimMany	$Y_{3,0}$	$Y_{3,1}$	
4	Nominal	Few	Few	$Y_{4,0}$	$Y_{4,1}$	
5	Nominal	Nominal	STD	$Y_{5,0}$	$Y_{5,1}$	
6	Nominal	Many	Many	$Y_{6,0}$	$Y_{6,1}$	
7	Fat	Few	FatFew	$Y_{7,0}$	$Y_{7,1}$	
8	Fat	Nominal	Fat	$Y_{8,0}$	$Y_{8,1}$	
9	Fat	Many	FatMany	$Y_{9,0}$	$Y_{9,1}$	

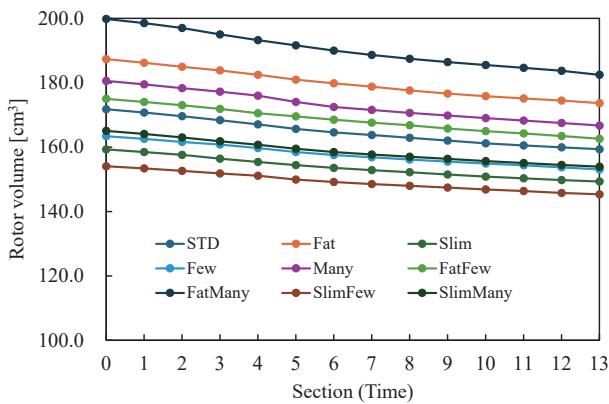


Fig. 7 Line charts of rotor volumes for each time section

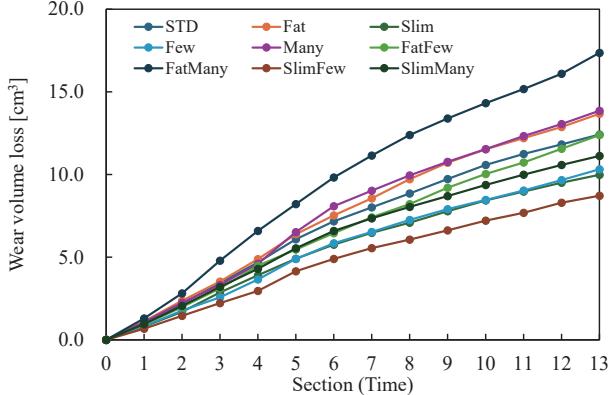


Fig. 8 Line charts of rotor wear volume losses for each time section

**Table 3** に示す。Table 3 に従って並べられたすべての形状条件に対するロータ部品体積  $V_{\text{Rotor}}$  およびビーズの平均衝突エネルギー  $\bar{E}$  に関するシミュレーション結果を Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9 に示す。

Fig. 7 は時間区間にに対するロータ部品体積を表したものである。ピン本数が多くピン径が太いものほどロータ部品体積の初期値 ( $T_m = 0$ ) が大きくなるため、FatMany もっとも大きく、SlimFew もっとも小さな値を持っている。摩耗による体積変化を比較するために、Fig. 7 における各区間の値と初期値の差分を計算することで得られる摩耗量を Fig. 8 に示す。摩耗量の最終値 ( $T_m = 13$ ) を見ると、FatMany がもっとも大きく、SlimFew がもっと

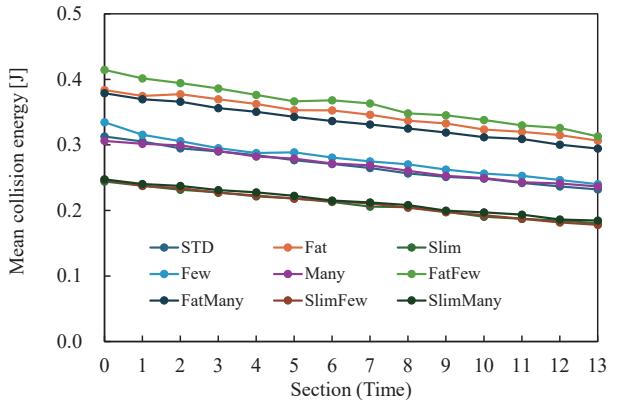


Fig. 9 Line charts of mean collision energies for each time section

も小さな値を持っている。Fig. 7, 8 から STD と FatFew は、初期値と最終値のそれぞれで体積と摩耗量がほぼ同等であることがわかる。また、体積が大きいロータほど摩耗量が多くなる傾向にあることが推測できる。

Fig. 9 は時間区間にに対するビーズの平均衝突エネルギーを表したものである。摩耗前の初期値において形状 FatFew の値がもっとも大きく、摩耗の進展とともにその順位を入れ替えることがない。衝突エネルギーはビーズミルの粉碎性能と整合することが知られているため、持続的な高い粉碎性能を持つ形状は FatFew であると考えられる。

シミュレーションの結果から、持続的な高い粉碎性能を持ち、基準形状 STD とほぼ同等の摩耗量となる FatFew が最適形状であることが推測できる。

### 3.2.2 形状パラメータの分散分析結果

各パラメータのレベルの違いによって生じる結果の差が偶然のバラつきによるものであるかを確認するため、以下では分散分析 (ANOVA: Analysis of Variance) を用いる。ANOVA によって各パラメータが結果におよぼす影響の有意差を評価することで、統計的に裏付けのある設計根拠を明らかにする。なお、ANOVA に関する計算方法の詳細は Appendix に記載する。

Fig. 7 と Fig. 9 から評価指標であるロータ体積  $V_{\text{Rotor}}$  およびビーズの平均衝突エネルギー  $\bar{E}$  のどちらも区間  $T_m$  に対してほぼ線形に推移しているため、次の一次線形回帰を評価指標  $Y_{n,m}$  に用いる。

$$Y_{n,m} = A_n T_m + B_n \quad (46)$$

傾き  $A_n$  は形状条件番号  $n$  に関する評価指標の変化の度合いを、切片  $B_n$  は評価指標の初期値を表す。評価指標が平均衝突エネルギーの場合には、傾きは摩耗による粉碎性能の低下度合いを表し、切片は初期形状における粉碎性能の度合いを表す。高い粉碎性能を維持する形状の探索を目的にしていることから、平均衝突エネルギーの傾きの絶対値が小さく切片が大きいものを選択することが望ましい。一方、評価指標がロータ体積の場合には、傾きは摩耗量の度合いを表し、切片は初期形状の体積を表す。ビーズミル使用時における碎製物への摩耗粉混入を考え、摩耗量を表すロータ体積の傾きの絶対値は STD に比べて

**Table 4** ANOVA for the slopes in linear regression for mean collision energy

	SS	df	MS	F	F'	Contribution
Total	$4.52 \times 10^{-6}$	8	$5.65 \times 10^{-7}$			
Num. of Pin	$3.96 \times 10^{-7}$	2	$1.98 \times 10^{-7}$	1.33	6.94	8.8%
Dia. Of Pin	$3.53 \times 10^{-6}$	2	$1.76 \times 10^{-6}$	11.88	6.94	78.1%
error	$5.94 \times 10^{-7}$	4	$1.49 \times 10^{-7}$			13.1%

SS: Sum of squares, df: Degree of freedom, MS: Mean squares, F: F value, F': One-tailed critical F value, Contribution: Contribution ratio of main effects.

**Table 5** ANOVA for the intercepts in linear regression for mean collision energy

	SS	df	MS	F	F'	Contribution
Total	$3.27 \times 10^{-2}$	8	$4.09 \times 10^{-3}$			
Num. of Pin	$3.86 \times 10^{-4}$	2	$1.93 \times 10^{-4}$	2.53	6.94	1.2%
Dia. Of Pin	$3.20 \times 10^{-2}$	2	$1.60 \times 10^{-2}$	209.92	6.94	97.9%
error	$3.05 \times 10^{-4}$	4	$7.62 \times 10^{-5}$			0.9%

SS: Sum of squares, df: Degree of freedom, MS: Mean squares, F: F value, F': One-tailed critical F value, Contribution: Contribution ratio of main effects.

小さいか同等のものが望ましい。なお、一次線形回帰を適用した際、衝突エネルギーでは決定係数がおおむね 0.99、ロータ体積ではおおむね 0.98 であった。

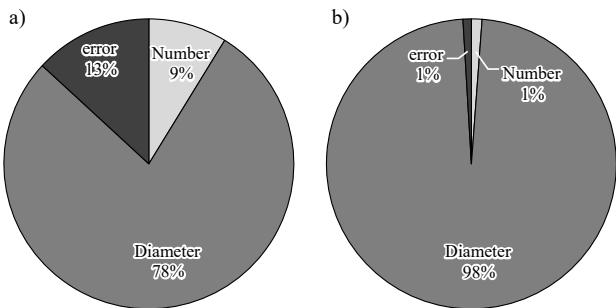
平均衝突エネルギーの傾きに関する分散分析表を **Table 4** に示す。ピン本数の分散比は F 境界値に比べて小さいことから有意差がなく、ピン本数の変化は摩耗による粉碎性能の低下に影響しないことがわかる。一方、ピン径の分散比は F 境界値に比べて大きいことから有意差があり、ピン径の変化は摩耗による粉碎性能の低下に影響することがわかる。

平均衝突エネルギーの切片に関する分散分析表を **Table 5** に示す。ピン本数の分散比は F 境界値に比べて小さいことから有意差がなく、ピン本数の変化は初期形状の粉碎性能に影響しないことがわかる。一方、ピン径の分散比は F 境界値に比べて大きいことから有意差があり、ピン径の変化は初期形状の粉碎性能に影響することがわかる。

平均衝突エネルギーの傾きに関する寄与率を **Fig. 10 a)**、切片に関する寄与率を **Fig. 10 b)** に円グラフで示す。傾きが示す摩耗による粉碎性能の低下や、切片が示す初期形状の粉碎性能は、ピン径による影響が支配的であることがわかる。

ロータ体積の傾きに関する分散分析表を **Table 6** に示す。ピン本数の分散比は F 境界値に比べて小さいことから有意差がなく、ピン本数の変化は摩耗量に影響しないことがわかる。一方、ピン径の分散比は F 境界値に比べて大きいことから有意差があり、ピン径の変化は摩耗量に影響することがわかる。

ロータ体積の切片に関する分散分析表を **Table 7** に示す。ピン本数とピン径の分散比はどちらも F 境界値に比べて大きいことから有意差があり、形状パラメータの変化はどちらも初期形状の体積に影響することがわかる。



**Fig. 10** Contribution ratio of main effects for mean collision energy.  
a) The regression slopes. b) The regression intercepts

**Table 6** ANOVA for the slopes in linear regression for rotor volume

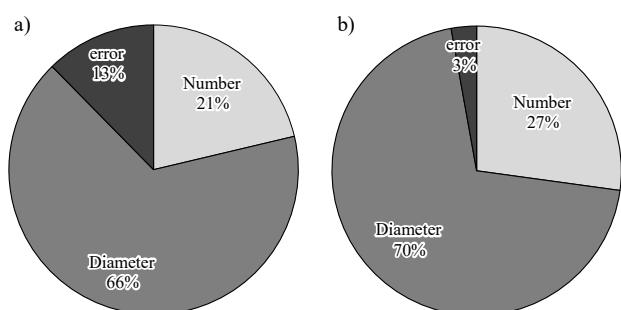
	SS	df	MS	F	F'	Contribution
Total	$3.08 \times 10^{-1}$	8	$3.86 \times 10^{-2}$			
Num. of Pin	$6.57 \times 10^{-2}$	2	$3.28 \times 10^{-2}$	3.33	6.94	21.3%
Dia. Of Pin	$2.05 \times 10^{-1}$	2	$1.02 \times 10^{-1}$	10.73	6.94	66.3%
error	$3.81 \times 10^{-2}$	4	$9.54 \times 10^{-3}$			12.4%

SS: Sum of squares, df: Degree of freedom, MS: Mean squares, F: F value, F': One-tailed critical F value, Contribution: Contribution ratio of main effects.

**Table 7** ANOVA for the intercepts in linear regression for rotor volume

	SS	df	MS	F	F'	Contribution
Total	$1.67 \times 10^3$	8	$2.09 \times 10^2$			
Num. of Pin	$4.54 \times 10^2$	2	$2.27 \times 10^2$	19.21	6.94	27.2%
Dia. Of Pin	$1.17 \times 10^3$	2	$5.84 \times 10^2$	49.48	6.94	70.0%
error	$4.72 \times 10^1$	4	$1.18 \times 10^1$			2.8%

SS: Sum of squares, df: Degree of freedom, MS: Mean squares, F: F value, F': One-tailed critical F value, Contribution: Contribution ratio of main effects.



**Fig. 11** Contribution ratio of main effects for rotor volume.  
a) The regression slopes. b) The regression intercepts

ピン径とピン本数は初期体積の従属変数であるため、これは自明な結果といえる。

ロータ体積の傾きに関する寄与率を **Fig. 11 a)** に、切片に関する寄与率を **Fig. 11 b)** に円グラフで示す。傾きが示す摩耗量や、切片が示す初期形状の体積は、ピン径による影響が支配的であることがわかる。また、粉碎性能の寄与率を示す Fig. 10 に比べて摩耗量の寄与率を示す Fig. 11 a) ではピン本数による影響の比率が大きいことがわかる。

ANOVA から、粉碎性能とその持続性、さらに摩耗量に関してピン径の影響が支配的であることがわかり、本章で設定するレベルの範囲ではピン径の選択が最適形状の決定に重要であるといえる。一方で、持続的な高い粉碎性能を持つ形状は摩耗量も多い形状となりトレードオフ関係を持つことが考えられ、再現性は低いもののピン本数の選択でこのトレードオフの解消ができる。

### 3.2.3 主効果プロットを用いた最適パラメータの選択

各パラメータのレベル選択のために、パラメータの主効果を計算し、それを Fig. 12 に示す。計算方法の詳細は Appendix に記載する。Fig. 12 a) は、ロータ体積に関する各パラメータの主効果の傾向を表す。ピン本数が多いほどロータ体積の初期値や摩耗量が大きくなる傾向を持ち、ピン径が太いほどロータ体積の初期値や摩耗量が大きくなる傾向を持つ。摩耗量を削減するために、ピン本数は少なく、ピン径は細くすることが望ましい。Fig. 12 b) は、平均衝突エネルギーに関する各パラメータの主効果の傾向を表す。ピン本数が少ないほど粉碎性能とその持続性がわずかに大きくなる傾向を持ち、ピン径が太いほど粉碎性能とその持続性が大きくなる傾向を持つ。粉碎性能を向上させるために、ピン本数は少なく、ピン径は太くすることが望ましい。

### 3.2.4 最適パラメータ選択のまとめ

これらの結果から、持続的な高い粉碎性能を得るためにピン径を太くすることを優先し、摩耗量を削減するためにピン本数を少なくすることを考え、最適形状を Fig. 12 の四角で示す Fat と Few の組み合わせとする。最適形状として選択した FatFew は、Fig. 7 と Fig. 9 で示したシミュレーションの結果から、もっとも粉碎性能が高く、その粉碎性能を維持し続け、摩耗量が基準形状 STD と同程度であることが予測されており、ANOVA によってそれらの根拠を示すことができた。ピン径を太くした選択は、Table 4~7 で示した分散分析表から粉碎性能の向上に関して高い信頼性と再現性を持っていると考えられ、さらにこのピンロータを設計する上でピン径が支配要因になっていることがわかった。

### 3.3 適用例に対する粉碎実験を用いた検証

ICWM によるシミュレーションでは、シミュレーション上の体積と実機の部品体積が一致する場合に詳細な摩耗状態が整合していることを検証している。より具体的には、シミュレーションと実機で同一の初期形状を持つ部品に対し、Eq. (35) によって求めたシミュレーションにおける摩耗後の部品の体積と、十分に摩耗した実機の部品体積が一致している場合には、摩耗によって欠損した部品形状がシミュレーションと実機でよく一致している結果を得られている[13]。また、シミュレーションによって求められた衝突エネルギーと実機の粉碎実験で評価された碎製物の平均粒径に相関関係があることを検証している。より具体的には、ビーズミルが持つ衝突エネルギーが大きいほど粉碎がより進行することが期待でき、異なる部品形状を持つビーズミルをシミュレーションで評価した結果を基に、大きな衝突エネルギーを持つロー-

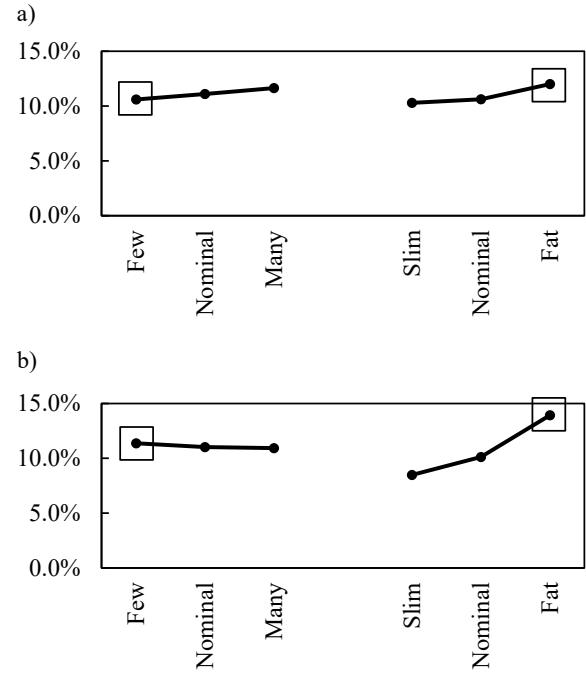


Fig. 12 Main effects plots. a) Rotor volume. b) Mean collision energy

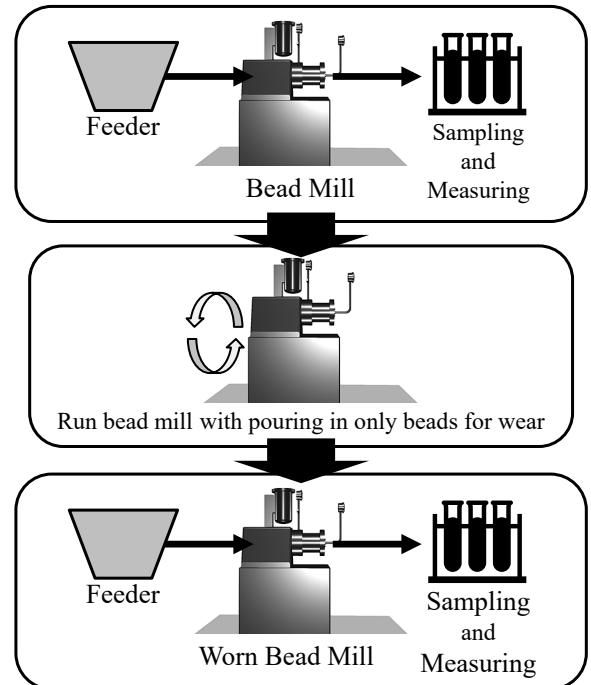


Fig. 13 Schematic figure of the procedure of grinding experiments

タ形状と小さな衝突エネルギーを持つロータ形状をそれぞれ実機で製作して粉碎実験で比較すると、より衝突エネルギーが大きいロータ形状のものほど粉碎された碎製物がより小さな平均粒径となる結果を得られている[14]。これらのことから、Fig. 13 に示す手順で粉碎実験をすることで提案手法の妥当性を確認できると考えた。まず、基準形状 STD と最適形状 FatFew の実物を製作し、それぞれのロータで碎料の粉碎をおこない、碎製物の粒度分布測定を実施する。次に、それぞれのロータを摩耗させ

るために、ビーズのみを投入した状態で装置の運転を実施する。このとき、製作部品の摩耗状態とシミュレーションの摩耗状態を整合させるため、両者の体積が一致するまで摩耗運転を繰り返す。最後に、摩耗したそれぞれのロータにて粉碎実験をおこない、碎製物の粒度分布測定を実施する。この手順によって初期形状が持つ粉碎性能と摩耗形状が持つ粉碎性能をそれぞれ評価することが可能となる。

製作したロータを摩耗させる必要があるため、部品材料には摩耗の進展が比較的容易である材料を用いる。本研究では、快削材として利用される 12L14 (JISにおける SUM24L 相当) を用いてピンロータを作製した。粉碎対象となる碎料は珪砂（東北珪砂製、8 号珪砂）を用い、粉碎後の碎製物を粒度分布測定器（マイクロトラック・ベル製、MT3000EX）によって測定する。測定の際には、回収した碎製物を 5 箇所の分画に分け、水溶媒にてススペンジョンにしてから湿式測定をおこなう。粉碎性能の評価指標として粒度分布測定によって得られた体積頻度分布で表す粒度分布と、累積 50% 体積頻度分布径である平均粒径 D50 を用いる。粉碎実験をする際の装置の稼働条件を Table 8 に示す。粉碎実験とシミュレーションが同等になるように回転速度やビーズの条件を設定している。ビーズ投入量はシミュレーションと同等の体積濃度になる量を投じる。このとき、ビーズミル内におけるビーズの空間充填率は 45.0% であり、嵩密度に換算した充填率はおよそ 70% となる。摩耗運転では、製作ロータの重量測定から算定した部品体積を用いて摩耗状態を判断する。この摩耗運転操作を完了した際、シミュレーションで最終状態  $T_m = 13$  に相当する摩耗ロータ体積と実物体積との誤差は、STD では 0.01%，FatFew では 0.11% であり、両者とも摩耗運転操作の総運転時間はおよそ 5 時間であった。

粉碎実験から得られた粒度分布を Fig. 14 に示す。黒い点線で粉碎前の原料粉を表す。青い破線で初期形状の STD、青い実線で摩耗形状の STD、赤い破線で初期形状の FatFew、赤い実線で摩耗形状の FatFew の結果をそれぞれ表す。初期形状の FatFew の粒度分布がもっとも細粒を含み、摩耗形状の STD の粒度分布がもっとも粗粒を含むことがわかる。

粉碎実験から得られた平均粒径 D50 を Fig. 15 に示す。エラーバーは 5 箇所の分画の測定をした標準偏差を表す。摩耗形状の STD の平均粒径がもっとも大きく、初期形状の FatFew の平均粒径がもっとも小さいことがわかる。また、点線が 6.6  $\mu\text{m}$  の補助線を表しており、初期形状の STD と摩耗形状の FatFew で平均粒径がほぼ一致していることがわかる。

ここで、Fig. 7 から STD と FatFew のみの結果を抽出したグラフを Fig. 16 に示す。赤の一点鎖線は平均衝突エネルギーが 0.31 J の補助線を表す。Fig. 16 に示すシミュレーションの結果と Fig. 15 に示した粉碎実験の結果を比較すると、シミュレーションでもっとも大きな平均衝突エネルギーを持つ初期形状の FatFew は、粉碎実験における粉

Table 8 Experimental conditions

Parameters	Unit	Value
Material of beads	[-]	$\text{ZrO}_2$
Diameter of beads	[m]	$3.0 \times 10^{-3}$
Density of beads	[kg/m <sup>3</sup> ]	6,000
Amount of beads	[kg]	2.786
Rotation speed	[rpm]	1,208
Raw feed for grinding	[-]	$\text{SiO}_2$
Feed flow rate	[kg/h]	1.16

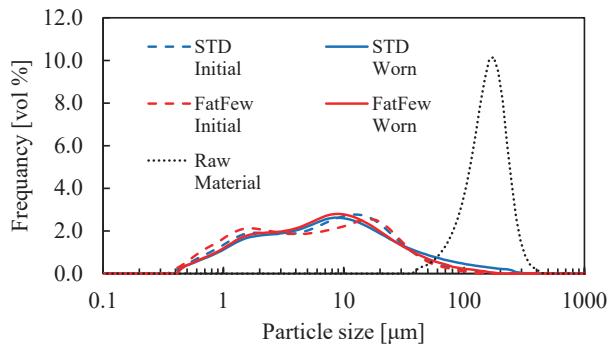


Fig. 14 Comparison of particle size distributions between each condition

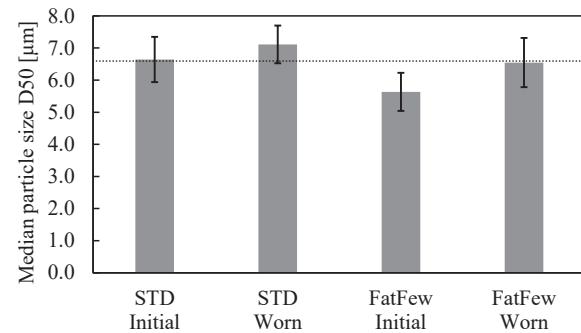


Fig. 15 Comparison of ground median particle size between each condition

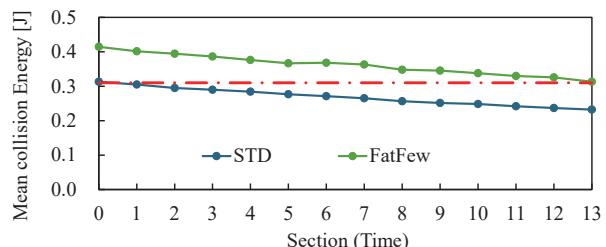


Fig. 16 Line charts of mean collision energies with wear for each time section under the STD and the FatFew condition

碎後の平均粒径がもっとも小さい。同様に、もっとも小さな平均衝突エネルギーを持つ摩耗形状の STD は、粉碎後の平均粒径がもっとも大きい。また、平均衝突エネルギーがほぼ同等である初期形状の STD と摩耗形状の FatFew では、粉碎後の平均粒径もほぼ同等である。このように、シミュレーション結果と粉碎実験結果がよく整合していることがわかる。

これらの結果から、選択した最適形状は実機における粉碎実験においても高い粉碎性能を持つとともに、摩耗の影響を受けた後にもその粉碎性能を持続可能であり、ICWM を用いた最適化システムは妥当な精度で摩耗を伴うビーズミルの粉碎性能を予測することを確認できた。

#### 4. 結 言

本研究では、ビーズミルの部品摩耗を時間連続的に解析可能な界面捕捉型摩耗モデル (ICWM: Interface Capturing Wear Model) と実験計画法 (DOE: Design of Experiments) を用いることで、ビーズミルの最大粉碎性能だけでなく、摩耗を伴う粉碎性能の持続性までを考慮した、ビーズミル形状のパラメータ最適化システムを提案した。ICWM では摩耗による部品体積の時間連続的な変化を定量的に取得でき、摩耗の影響を受ける衝突エネルギーの変化を体積変化と同時に評価することができる。DOE では分散分析 (ANOVA: Analysis of Variance) によって抽出した形状パラメータの持つ効果を可視化することで、信頼性と再現性の高い設計根拠に基づいたパラメータ選択を容易にする。具体的な形状を用いて最適化を実施した例では、ANOVA からビーズミルの設計諸元の中で支配要因となるパラメータを明らかにすことができた。さらに、実機を用いた粉碎実験の結果とシミュレーション結果がよく整合することから、最適化システムは摩耗を伴うビーズミルの粉碎性能の変化を妥当な精度で予測できることを示した。

ICWM は大きな摩耗定数を設定することによって加速的な摩耗を表現することで、現実世界では長時間におよぶ摩耗進行を短い計算時間で予測することが可能である。一方、摩耗形状を高精度に再現するためには高解像度の SDF 格子が必要となり、格子数が増加することは計算コストを高めることになる。本研究では、大きな摩耗定数と粗い SDF 格子幅を用いて妥当な精度で解析できることを検証できた。このことは、より広範囲な形状パラメータとレベルの範囲の中で最適条件を探索する場合にも、ICWM は効率的に解析することができることを示している。

実機実験では容易に摩耗する材料を採用したものの、摩耗処理に要した時間は長く、体積を一致させる調整作業は負荷の大きいものであった。そのため、シミュレーションで得られた複雑形状を、三次元造形技術などを用いて実物の部品形状に直接反映させる手法開発が重要であると考える。また、ICWM の適用した事例が少なく、ビーズ径に対して適切な SDF 格子幅の設定法などの十分な情報が得られていないことから、計算設定値が計算結果へ与える影響について詳細な調査が必要である。さらに、形状パラメータ抽出時における恣意性の克服とビーズミルの設計自由度を最大限に活用するために、パラメータ最適化からトポロジー最適化へ発展させることが今後の課題であると考える。

#### Appendix

本研究の 3 章で示した分散分析表の計算と主効果の計算について述べる。

Table 3 に示す直交表に基づいたシミュレーション結果において、評価指標の傾き  $A_n$  を対象に、分散分析表の計算を説明する。下付き添え字  $n$  は直交表の条件番号を表し、1 から 9 までの値を取る。Tables 4~7 に示す分散分析表の列項目に対応する変動 SS、分散 MS、分散比 F、境界値 F'、寄与率を計算する。各列項目の計算値には行項目名の全体 Total、ピン径 Diameter、ピン本数 Number、誤差 error を下付き添え字に用い、任意のパラメータの場合には Parameter を記載する。

変動計算に必要な修正項 CF は

$$CF = \frac{1}{9} \left( \sum_{n=1}^9 A_n \right)^2 \quad (A-1)$$

となる。

ピン径のレベルが Slim である和  $\tilde{A}_{123}$  は

$$\tilde{A}_{123} = A_1 + A_2 + A_3 \quad (A-2)$$

となり、ピン本数のレベルが Few である和  $\tilde{A}_{147}$  は

$$\tilde{A}_{147} = A_1 + A_4 + A_7 \quad (A-3)$$

となる。同様の計算でパラメータの各レベルの和を計算する。

全体の平方和で表される全変動  $SS_{Total}$  は

$$SS_{Total} = \sum_{n=1}^9 A_n^2 - CF \quad (A-4)$$

となり、ピン径に関する変動  $SS_{Diameter}$  は

$$SS_{Diameter} = \frac{(\tilde{A}_{123}^2 + \tilde{A}_{456}^2 + \tilde{A}_{789}^2)}{3} - CF \quad (A-5)$$

となり、ピン本数に関する変動  $SS_{Number}$  は

$$SS_{Number} = \frac{(\tilde{A}_{147}^2 + \tilde{A}_{258}^2 + \tilde{A}_{369}^2)}{3} - CF \quad (A-6)$$

となる。誤差変動  $SS_{error}$  は全変動から各パラメータの変動を引いたもので

$$SS_{error} = SS_{Total} - SS_{Diameter} - SS_{Number} \quad (A-7)$$

で求める。

それぞれの変動 SS はパラメータの自由度 df で除することで平均平方 MS を求めることができ、各パラメータに関する平均平方  $MS_{Parameter}$  は

$$MS_{Parameter} = \frac{SS_{Parameter}}{df_{Parameter}} \quad (A-8)$$

となる。

分散比はパラメータの平均平方を誤差の平均平方で除することで求めることができ、各パラメータの分散比  $F_{Parameter}$  は

$$F_{Parameter} = \frac{MS_{Parameter}}{MS_{error}} \quad (A-9)$$

となる。

分散比を評価するためにF境界値を利用する。境界値F'を有意水準5%，各パラメータの自由度( $df_{\text{parameter}}$ ,  $df_{\text{error}}$ )のF分布 $F(df_{\text{parameter}}, df_{\text{error}}, 0.05)$ の値とする。ピン径の自由度とピン本数の自由度が等しく2であり、誤差の自由度4であることから境界値F'の値は

$$F' = F(2, 4, 0.05) \sim 6.94 \quad (\text{A-10})$$

を用いた。各パラメータの分散比  $F$  を境界値  $F'$  に比べることで有意差の確認をおこなう。

パラメータの影響度合いを評価するもう一つの指標として、各パラメータの寄与率を

$$\text{Contribution} = \frac{\text{SS}_{\text{Parameter}}}{\text{SS}_{\text{Total}}} \quad (\text{A-11})$$

と計算した。

Fig. 12 に示したパラメータの主効果 ME の計算を説明する。Table 3 に示す評価指標  $Y_{n,m}$  に対して、全体平均  $S_{\text{Total}}$  を

$$S_{\text{Total}} = \frac{1}{14} \sum_{n=1}^9 \sum_{m=0}^{13} Y_{n,m} \quad (\text{A-12})$$

とする。ここで、添え字  $m$  は時間区間の番号を表し、0 から 13 までの値を取る。ピン径 Slim の平均  $S_{\text{Slim}}$  は

$$S_{\text{Slim}} = \frac{1}{3 \times 14} \left( \sum_{m=0}^{13} Y_{1,m} + \sum_{m=0}^{13} Y_{2,m} + \sum_{m=0}^{13} Y_{3,m} \right) \quad (\text{A-13})$$

となり、ピン本数 Few の平均  $S_{Few}$  は

$$S_{\text{Few}} = \frac{1}{3 \times 14} \left( \sum_{m=0}^{13} Y_{1,m} + \sum_{m=0}^{13} Y_{4,m} + \sum_{m=0}^{13} Y_{7,m} \right) \quad (\text{A-14})$$

となる。同様の計算でパラメータの各レベルの平均を計算する。

主効果を全体平均との比率で表現するために各パラメータの主効果  $ME_{parameter}$  を

$$ME_{Parameter} = \frac{S_{Parameter}}{S_{Total}} \quad (A-15)$$

とした。

### Nomenclature

$A$	: slope of performance indicators	[ $-$ ]	$Y$	: performance indicator	[ $-$ ]
$B$	: intercept of performance indicators	[ $-$ ]	$\alpha$	: coefficient of relaxation	[ $-$ ]
$D$	: differential operator	[ $1/m$ ]	$\beta$	: coefficient of wear	[ $s/kg\cdot m$ ]
$E$	: collision energy	[ $J$ ]	$\delta$	: relative overlap	[ $m$ ]
$e$	: coefficient of restitution	[ $-$ ]	$\theta$	: collision angle	[ $rad$ ]
$F$	: source force	[ $kg\cdot m/s^2$ ]	$\mu$	: coefficient of friction	[ $-$ ]
$h$	: sign distance field grid size	[ $m$ ]	$\tau$	: specific time	[ $s$ ]
$I$	: moment of inertia	[ $kg\cdot m^2$ ]	$\phi$	: sign distance function	[ $m$ ]
$m$	: mass	[ $kg$ ]	$\Omega$	: region	[ $-$ ]
$N$	: number of particles	[ $-$ ]	$\omega$	: angular velocity	[ $rad/s$ ]
$N_c$	: number of collision particles	[ $-$ ]			
$n$	: normal unit vector	[ $-$ ]			
$Q$	: impulse	[ $kg\cdot m/s$ ]			
$r$	: arm of moment load which work particle	[ $m$ ]			
$S$	: stabilization term	[ $kg\cdot m/s^2$ ]			
$t$	: tangential unit vector	[ $-$ ]			
$t$	: time	[ $s$ ]			
$V$	: volume	[ $m^3$ ]			
$v$	: velocity	[ $m/s$ ]			
$x$	: position	[ $m$ ]			

## References

- [1] T. Ishii, Grinding and dispersion techniques using beadmill, *J. Jpn. Soc. Colour Mater.* 81 (2008) 169–177.
  - [2] T. Ishii, Basic concept of grinding and dispersion using a wet bead mill, *J. Jpn. Soc. Colour Mater.* 92 (2019) 121–126.
  - [3] T. Wakihara, J. Tatami, Top-down tuning of nanosized zeolites by bead-milling and recrystallization, *J. Jpn. Petrol. Inst.* 56 (2013) 206–213.
  - [4] J. Tatami, S. Fukuda, Fabrication of Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> ceramics using raw materials prepared by bead milling, *J. Soc. Powder Technol., Japan* 51 (2014) 430–435.
  - [5] S. Yoshio, J. Tatami, T. Yamakawa, T. Wakihara, K. Komeya, T. Meguro, K. Aramaki, K. Yasuda, Dispersion of carbon nanotubes in ethanol by a bead milling process, *Carbon* 49 (2011) 4131–4137.
  - [6] P. A. Cundall, O. D. L. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique* 29 (1979) 47–65.
  - [7] D. Gudin, R. Turczyn, H. Mio, J. Kano, F. Saito, Simulation of the movement of beads by the DEM with respect to the wet grinding process, *AIChE J.* 52 (2006) 3421–3426.
  - [8] H. Tanaka, M. Sugawara, H. Yokota, M. Sakai, Numerical study of an annular bead mill by the advanced DEM-CFD method, *J. Chem. Eng. Japan* 46 (2020) 142–151.

- [9] R. Soda, J. Kano, F. Saito, Analysis of effect of pin configuration on beads motion in a stirred mill by DEM, *J. Soc. Powder Technol., Japan* 46 (2009) 180–186.
- [10] K. Hayashi, Y. Tsunazawa, C. Tokoro, S. Owada, H. Iitsuka, O. Ishikawa, Application of DEM simulation for optimization design of a wet-type agitator beadsmill, *J. MMJ* 130 (2014) 53–59.
- [11] R. Soda, A. Sato, J. Kano, F. Saito, Development of prediction method of wear rate during wet stirred milling by using DEM, *J. Soc. Powder Technol., Japan* 51 (2014) 436–443.
- [12] D. Sterling, D. Schons, S. Breitung-Faes, A. Kwade, Effects of axial grinding media distribution on the disc wear behavior of a stirred media mill, *Miner. Eng.* 185 (2022) 107702.
- [13] K. Shioiri, H. Ohmura, M. Asai, N. Mitsume, Interface capturing wear model for wear simulation of bead mills, *J. Soc. Powder Technol., Japan* 60 (2023) 470–480.
- [14] K. Shioiri, H. Ohmura, M. Asai, N. Mitsume, The evaluation for wet grinding performance of beads mill using impulse-based DEM, *J. Soc. Powder Technol., Japan* 59 (2022) 488–497.
- [15] R. A. Fisher, *The Design of Experiments*, Oliver and Boyd (1935).
- [16] G. Taguchi, *Experimental design the third edition*, Maruzen (1976).
- [17] Y. Shigeto, M. Sakai, Arbitrary-shaped wall boundary modeling based on signed distance functions for granular flow simulations, *Chem. Eng. J.* 231 (2013) 464–476.
- [18] I. Finnie, Erosion of surfaces by solid particles, *Wear* 3 (1960) 87–103.
- [19] G. Allaire, F. Jouve, A. M. Toader, Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method, *J. Comput. Phys.* 194 (2004) 363–393.
- [20] D. Adalsteinsson, J. A. Sethian, The fast construction of extension velocities in level set methods, *J. Comput. Phys.* 148 (1999) 2–22.
- [21] C. Farhat, M. Lesoinne, Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three dimensional nonlinear transient aeroelastic problems, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 182 (2000) 499–515.
- [22] M. Sussman, P. Smereka, S. Osher, A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *J. Comput. Phys.* 114 (1994) 146–159.
- [23] B. Jones, C. J. Nachtsheim, A class of three-level designs for definitive screening in the presence of second-order effects, *J. Qual. Technol.* 43 (2011) 1–15.