

ロジン・ラムラー・スパーリング分布を振り返る

The Rosin–Rammler–Sperling Distribution Revisited

渡辺 正裕*
Masahiro Watanabe

1. はじめに

粒子径 x の積算分布が指数関数的に変化する法則を定数二つ、元来は b と n の組合せで表現して [1–13], 指数法則とも称した [2,5,6,13]。変数の変換により直線化してグラフに図示できるという利便性もある [3–6,8,13]。

例えば本会の用語辞典 [14,15] では「ロジン・ラムラー分布」と呼ばれてきたので、ドイツにおける本来の提案者三名のうちスパーリング (Sperling) の名前が含まれていないことになる。由来が十分に反映されていないことが筆者には大きな疑問であり、関係する文献を収集し直してみた。

本稿では、三人がドイツ語で報告 [6] をまとめた 1933 年を中心に、歴史的な経緯を整理してみたい。特に Rosin [16,17] や Rammler [18–20] の解説や回想を重視するが、そこで漏れている参考文献 [1] も考慮に入れておく。記号について、質量基準での篩上および篩下の積算分布は当時と同じく $R (= 1-Q_3)$ および $D (= Q_3)$ で表し、頻度分布は $dD/dx (= q_3)$ とする。グラフ上での直線の当てはめには表計算ソフトの近似曲線 (最小二乗法) を用いたので、Rosin らの原典 [5,6] における手描きでの当てはめとは若干ずれていることを予め断わっておく。

2. 粒子径分布の研究と石炭評議会 (1925 ~ 27 年頃)

大正末期から昭和初期、日本の旧・燃料協会誌 [21,22] を紐解いてみると、当時のドイツでは「炭粉」の「細末度」つまり石炭粉砕物の粒度が、公的な研究課題になっていたことがうかがえる。例えば Rosin と Rammler の文献からは「炭粉の物理的性質即ち其の形状、細末度及微粉末の分布を学術的及商業的見地より研究するは甚だ重要な事項にして政府は炭粉委員会に命じて其の細末度並に形状と粉砕機の機構乃至炭種との関係を研究せり…」と抄録されている。元のドイツ語論文 [23] はドイ

ツ技術者協会 (VDI) [24] の機関誌に掲載され、実際の粒子径分布が例として色々と図示されているが、曲線に基づいている法則 (Gesetz) までは把握できていない。粒子径に関する横軸を対数で表示する慣習もなかった。

背景として、第一次大戦後のドイツ国 (Deutsches Reich) には、石炭産業を統制する法律 (Gesetz) に基づいて石炭評議会 (Reichskohlenrat) という機関があった [25–27]。その中には採炭 (Kohlenbergbau) や炭粉 (Kohlenstaub) などの各分野に関する専門委員会があった、研究成果を報告書などにまとめていた [28–30]。

3. 粒子径分布に関する指数法則の発見 (1928 ~ 32 年)

3.1 スパーリングによる発見 (推定 1928 ~ 29 年頃)

この “Karl Sperling” という人物に関する情報は少ないが、例えば石炭用の粉砕機について文献を残している [31,32]。Rosin–Rammler 組が発表した試験結果に触発されて、Sperling は次のように経験的に指数関数を得ていたという [33–35]。まず質量基準による頻度分布のグラフを眺めて、多くの場合には、四つの定数 (a, b, m, n) を用いれば次式で近似できそうだと考えた。

$$\frac{dD}{dx} = a x^m e^{-bx^n} \quad (1)$$

ここで $m = n-1$ と置き、定数を一つ減らして簡約化してみると、粒子径 0 から x [μm] まで簡単に積分できた [18]。

$$D(x) = a \int_0^x x^{n-1} e^{-bx^n} dx = \frac{a}{nb} (1 - e^{-bx^n}) \quad (2)$$

あとは変数 x が増加していくと積算値が 1 に収束するように係数を決定すれば $a = nb$ となるから、Eq. (1) は $dD/dx = nbx^{n-1} \exp(-bx^n)$ 、Eq. (2) は $D = 1 - \exp(-bx^n)$ となった。篩上分布としては、極めて簡単な次の関数が得られたことになる。

$$R(x) = 1 - D(x) = e^{-bx^n} \quad (3)$$

この数学的な取扱いについては “Mayer” という人物が協力していたとされる [20]。また、Sperling が当時の文

2024 年 6 月 30 日受付

千葉大学 工学部物質科学コース

(〒 263-8522 千葉市稲毛区弥生町 1-33)

Department of Materials Science, Faculty of Engineering, Chiba University

(1-33 Yayoi-cho, Inage-ku, Chiba 263-8522, Japan)

* 連絡先 watanabe-m@chiba-u.jp

献などで独自に発表していたわけではなさそうだが、Eq. (3) まで到達した時期は、Rosin-Rammler 組よりも少し早かったと仮定してみると [13,33]、1929 年頃となるだろう。二人組が確率論的に導いていた「 $dD/dx = ax^2 \exp(-bx^2)$ 」という式では上手く機能しなかった [18, 34,35]。

晩年の Rosin の回想 [16] によれば「1929 年」には三人とも $R = \exp(-bx^n)$ を得ていたことになる。実際に発表をしていくのは、以下に記すとおり 1930 年代となる。

3.2 ロジン・ラムラー組による発見 (1930 ~ 32 年頃)

3.2.1 グロッセらによる粉砕試験の報告 (1930 年)

1930 年の前半、Grosse, Förderreuther, Rammler の三人による報告がドイツの *Zement* 誌に掲載されている [36]。瀝青炭を試料として、開回路で (つまり分級装置を用いないで) 粉砕試験を行い、産物の粒子径分布を篩分析で調べた。粉砕機への単位時間当たりの投入量 L [t/h] を 6 通りに変えてみると、Table 1 の結果が得られた。要するに投入量、つまり処理量が増えるほど、目開き 60 ~ 200 μm の標準篩 [21,29] で篩上に残る砕料の割合 R も当然、多くなる傾向があった。なお 0.87 t/h の行や 200 μm の列は後の議論 [5,18] では除外されてしまったので網掛けとしている。

3.2.2 ロジン・ラムラー組による検討 (1930 ~ 31 年頃)

その後は Rosin-Rammler 組が検討を進めた [37]。Fig. 1 のように縦軸の L 、横軸の R とともに常用対数で変数変換して、 $\log_{10} L = \log_{10} c + p \log_{10} R$ の関係があることを突きとめた [5,18]。直線の傾きから標準篩ごとに決まる正の数 p は、篩の目開き x [μm] の関数になっていると予想できた。

Table 1 Residues on German standard sieves[36,37]

Input, L [t/h]	Mass residue, R [%], on sieve aperture, x [μm]					
	60	75	88	120	150	200
0.87	9.6	5.6	3.3	1.3	0.6	0.2
1.39	14.5	8.2	4.4	1.5	0.3	0.2
1.79	19.7	12.4	7.1	2.5	0.8	0.5
2.39	26.2	18.1	11.5	4.9	1.2	0.5
3.02	34.3	25.1	18.5	9.6	3.2	1.1
5.27	60.7	54.0	48.6	38.0	27.2	16.2

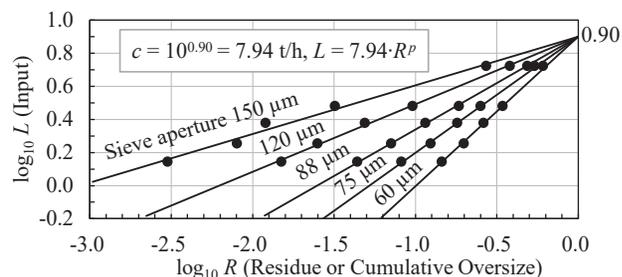


Fig. 1 Logarithmic representation of the equation $L = cR^p$ ($\log L$ plotted against $\log R$) [5,13,18]

やはり対数で変換してから p を x に対してプロットしてみると、Fig. 2 のように $\log_{10} p = \log_{10} r - n \log_{10} x$ という直線的な関係も成り立った。そして $L = cR^p$ と $p = rx^{-n}$ から、二人組は次の指数関数を導いた [5,13,18]。

$$R(x) = (e^{-b})^x = e^{-bx^n} \quad (4)$$

結果的には、Sperling が導いていた数式と一致する。

3.2.3 ロジン・ラムラー・インテルマンの論文 (1932 年)

例えば 1932 年 4 月 30 日付け、技術者協会機関誌に掲載された Rosin, Rammler, Intelmann の三氏 [1] によるサイクロン集塵に関する論文には、篩上の $R = \exp(-bx^n)$ が明記されている。なお、実際の粒子径分布に当てはまるのは粉砕産物に限らないと記述されている。

この資料で公式が既出という事実は、粉砕研究の歴史 [38] からは遅れなくなっている (後の Rosin や Rammler も伏せていたのかもしれない)。それが我々には意外と簡単に見つかってしまうのは、本会の創始者、井伊谷先生の集塵に関する論文 [39,40] で引用されているからである。

4. 指数法則の発表と普及 (1933 ~ 35 年)

4.1 ラムラーの講演および講演録 (1933 年 3 ~ 5 月)

1933 年 3 月 3 日には採炭委員会の総会がベルリンで開催され、篩分けや粉砕について Rammler が講演して、その内容は 5 月 27 日付けの *Glückauf* 誌に収録されている [2]。例えば Groß と Zobel [41] による篩分析の結果が $R = \exp(-bx^n)$ または $D = 1 - \exp(-bx^n)$ という指数関数に適合することを紹介して、指数法則 (Exponentialgesetz) と称した (対数で変換して表示することは割愛している)。

なお脚注には、近日中に炭粉委員会から“Bericht C 52”という報告書が Rosin や Sperling との連名で出ると付記されている。題目は“Korngrößenprobleme des Kohlenstaubs

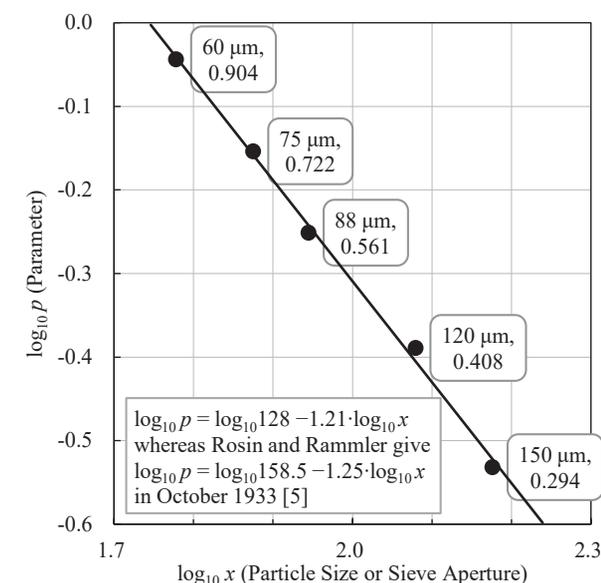


Fig. 2 Logarithmic representation of the equation $p = rx^{-n}$ ($\log p$ plotted against $\log x$) [5,13,18]

und ihre Bedeutung für die Vermahlung”つまり「炭粉の粒度問題と粉砕における重要性」となっている。どうやら石炭評議会が、指数法則についての報告を共著でまとめるよう三氏に勧めたということらしい [33]。

4.2 三氏による石炭評議会の報告書 (1933年6～12月)

その年の6月には実際に“C 52”が出版され [33]、縦軸に $\log_{10} \log_{10} 1/R$ 、横軸に $\log_{10} x$ をプロットして直線化を確認できることが明示されたと言われる。ただし、この報告書は今の日本では入手困難となっている。

ところが“C 52”を短縮した報告であれば12月2日付けの *Die Wärme* 誌 [6] で現在でも閲覧できる (大岡山図書館など)。導出までの過程は省略されているが、 $R = \exp(-bx^n)$ の他、 $dD/dx = nb x^{n-1} \exp(-bx^n)$ の公式も提示されている。さらに瀝青炭の粉碎物について、篩上の逆数・対数・対数で粒子径分布を直線化した具体的なグラフが例示されており (Fig. 3)、最頻値の議論もある。

当時、“C 51”の副著者であった Goecke [9] は“Rosin, Rammler und Sperling”が $R = \exp(-bx^n)$ への適合を論じたと記している。図示により $\log_{10} \log_{10} (1/R)$ と $\log_{10} x$ の直線関係を確認するまでが粒度に関する指数法則の骨子であったとすれば、三人の報告を正式な発表とみなして「Rosin-Rammler-Sperling 分布」「～法則」や「～の式」のように呼ぶのが適切ではないだろうか [18,42,43]。

4.3 ロジン・ラムラー組による普及 (1933年8月～35年)

二人組が Sperling と共著したのは“C 52”と短縮版 [6] ののみと思われる。その年の後半からは、二人だけで色々な分野の各専門誌で“C 52”を主な典拠として新しい分布法則を紹介していった [3,4,7,8]。皮切りとなったのは8月3日付けの *Zement* 誌で、もちろんセメントを例に

して論じており、変数変換で直線化する公式も明記してある。

$$\log_{10} \left(\log_{10} \frac{1}{R} \right) = \left[\log_{10} b + \log_{10} (\log_{10} e) \right] + n \log_{10} x \quad (5)$$

それと並行して、二人は英語の論文 [5] を用意した。1933年10月に英国の燃料協会 (Institute of Fuel) の機関誌に掲載されていて、現在でも非常に有名な文献となっているのは周知のとおりであるが、内容的には他のドイツ語文献 [3,8] をまとめ直したものではないだろうか。

5. 英国でのベネットによる提案 (1933年12月～36年)

5.1 ベネットによる線図の改良 (1933年12月)

石炭粉砕物の粒度を支配する一般的な法則が英国で紹介されて、すぐに反響があった。例えばベネット (Bennett) [44] は、変換する前の篩上 R や篩下 D の数値そのものを $\log_{10} \log_{10} 1/R$ や $\log_{10} \log_{10} 1/(1-D)$ で変換した位置に目盛として表示するという実用上の工夫を提案した (このことは意外と知られていない [13])。ちなみに Bennett はロジンの法則 (Rosin's law) という呼称を好んで使っていくことになる。貢献者として Sperling の名前は含まないというのは、ここで既に始まっていた。

5.2 ベネットによる公式の改良 (1936年10～12月)

また Bennett [45] は粉砕過程を確率的に考察して [13]、1936年10月には次の等式を導出してみせた。

$$R(x) = \exp \left\{ - \left(\frac{x}{\bar{x}} \right)^n \right\} \quad (6)$$

元来の篩上積算分布の公式と等価であり、各定数が $b = (1/\bar{x})^n = 1/\bar{x}^n$ と対応する。定数 \bar{x} は、篩上積算分布の $1/e = 0.368$ (約 37%) に対応する一種の代表径と言えて、定数 b を用いるよりも物理的な意味が明確になった。また Bennett は $R = 1/e$ の位置にも目盛を書き込んで、簡単に \bar{x} を算出できるように工夫した。数式でも線図でも、原形を R-R-S の三人がまとめて、上位互換となる完成形を Bennett が提示したと言えよう。10月28日の発表の会に参加していた Rosin は賞賛を送った [45]。

6. ベネットによる改良案の普及 (1937年～)

6.1 ドイツ語圏における改良案の普及

1937年7月5日には技術者協会の委員会で Rammler が講演して、内容は機関誌の別冊 *Verfahrenstechnik* に収録されている [18]。ここで“Rosin-Rammler-Sperlingschen Gewichtsverteilungsgesetz”つまり「ロジン・ラムラー・スパーリングの重量分布法則」発表までの経緯について Sperling の導出を含めて詳述したうえで、公式の定数や線図の目盛について Bennett による改良案の優位性を紹介している。もう当然の成り行きとして Bennett 案を利用の方が普及していく [19]。

しかしドイツ語圏では、後から貢献した Bennett の名前は省略されたりすることがあった [42]。例えば1954年、ドイツ工業規格 DIN-4190 の粒度線図 (Körnungsnetz)

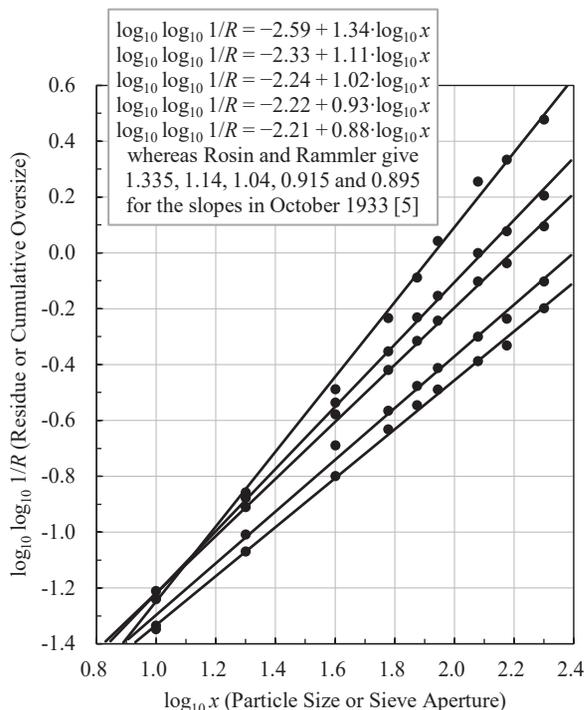


Fig. 3 The original Rosin-Rammler-Sperling plot or logarithmic representation of the equation $R = \exp(-bx^n)$ ($\log \log 1/R$ plotted against $\log x$) [5,6]

[46,47]においては“RRS”という略号も使われていて、三人による逆数・対数・対数変換を利用した線図ではあるが、実際には公式や目盛などについて、後発のBennettらの改良案[44,45]が利用されていると記されていた。

1970年代に入ると[24]、RRS分布に対するBennett案の寄与が東西ドイツでも強く認識されるようになり、四人目として追加した“RRSB-Netz”, “RRSB-Formel”や“RRSB-Verteilung”という表現が定着した(誰がどの貢献と区別するのが面倒というのかもしれない)。和訳すれば、四人の名前を冠した「線図」, 「公式」や「分布」である[20]。これはDIN-4190に代わる1976年の新規格DIN-66145(RRSB-Netz)で採用されたことが大きい[48-50]。

6.2 英語圏における改良案の普及

英国に活動拠点を移したRosinが貢献を強調しなかったというのもあるだろうが、英文で文献を記していないSperlingの存在は英語圏では軽視、または無視されることもあった。よく“Rosin-Rammler (distribution) law”と呼ばれた主な理由は、Rosin-Rammler組の英語論文[5]がオリジナルと見られていたからである。米国では、よく題目が“Laws covering the fineness of powdered coal”と間違われていたりすることが象徴的であるが[51]、内容を知らずに孫引きされていることも多かったと思われる。

公式や線図については、もちろんBennett案が普及した。一部では“Bennett's equation (for the Rosin-Rammler law)”や“Bennett diagram”という呼称も用いられた[52]。

7. 日本でのロジン・ラムラー・スパーリング分布の導入

わが国では1930年代半ばから、主にドイツ語文献を通じて情報が入ってきた[5-8]。化学工学[53]の分野であれば*Die Chemische Fabrik*誌[4]から、窯業[54-56]やセメントの分野なら*Zement*誌[3]から引用という具合であった。ちなみに中條はRosin-Rammler組の報告を知る前から同様な法則を得ていたという[57]。

1940年代には、提案者の一人として“Sperling”という名前もよく紹介されていた[10-13]。特に1949年の桑井の解説は前年の講習会[58]の内容に加筆したもののだが、Rammler[18]の文章からの翻訳を基本としていたので、Bennettの改良案までの要点が簡潔にまとまっていた。

1950年代以降[59,60]、英語圏からの影響が強くなったこともあり、Sperlingの位置づけについては不理解が生じていった。例えば、粉体工学研究会の時代に頒布していた「R.R.S.粒度線図」[46]に、なぜ「S.」という三人目が入っているのか、よく分からなくなった様子である[61-63]。この線図の元となったDIN-4190を調べても、主にBennettという人物が考案した公式や目盛を優先して利用した規格なのだから、混乱するのも無理はない。

逸話として、1973年[64]に神保先生[24]が英国でRRSB公式についてのRammler本人の講演を聞いたそうで、四半世紀後に『粉体と工業』誌で紹介していたが、公式に関わる四人を含めた人間関係に触れている貴重な資料となっている。もし、そこで絶筆になってしまったのだとしたら、残念でならない[65]。

8. 粉体工学用語辞典のロジン・ラムラー分布の項目

ドイツでは既に廃止されていた規格に基いた「Rosin-Rammler-Sperling (R.R.S.)線図」という言葉が説明不十分なまま残った状態で[46]、1976年の新規格DIN-66145(RRSB線図)の情報も反映されずに[50]、1981年に『粉体工学用語辞典』初版[14,66,67]が出版されると推察する。その点は、第2版[15]へと改訂される際[68]にも特に改善されなかったようだ。

9. おわりに

筆者が初めて粉体工学用語辞典[14]を利用したのは30年近く前で、当初から人名の扱いについては疑問を感じていた。自分で過去の文献から由来を辿ってみると、歴史的経緯から加筆や修正が必要なのではと考えられる用語はいくつか見つかった。その一つについて、本稿では詳しく振り返ってみた。どんな貢献を誰がしていたのか、閲覧可能な参考資料を正確に挙げたうえで整理できたはずである。一昨年に一般公開された用語辞典ウェブ版も改訂を検討していただきたいと思っている。

引用文献

- [1] P. Rosin, E. Rammler, W. Intelmann, Grundlagen und Grenzen der Zyklonentstaubung, *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* **76** (1932) 433-437.
- [2] E. Rammler, Korngrößenprobleme bei der Siebung und Zerkleinerung, *Glückauf* **69** (1933) 465-471, 532.
- [3] P. Rosin, E. Rammler, Gesetzmäßigkeiten in der Kornzusammensetzung des Zementes, *Zement* **22** (1933) 427-433; Abstract, The law for cement size distribution, *Rock Prod.* **36** (1933) no. 11, 55.
- [4] P. Rosin, E. Rammler, Über Mahlung und Mahlmaschine, *Die Chemische Fabrik* **6** (1933) 395-399, 403-405.
- [5] P. Rosin, E. Rammler, The laws governing the fineness of powdered coal, *J. Inst. Fuel* **7** (1933/34) 29-36, 111-112; 摘録, 動力 No. 29 (Apr. 1934) 70.
- [6] P. Rosin, E. Rammler, K. Sperling, Korngrößenprobleme des Kohlenstaubs und ihre Bedeutung für die Vermahlung [Kurzbericht über die als Bericht C 52 der Technisch-Wirtschaftlichen Sachverständigenausschüsse des Reichs-kohlenrates erschienene Arbeit], *Die Wärme* **56** (1933) 783-786; 摘録, 動力 No. 30 (Jul. 1934) 30.
- [7] P. Rosin, E. Rammler, Die Kornzusammensetzung des Mahlgutes im Lichte der Wahrscheinlichkeitslehre, *Kolloid-Zeitschrift* **67** (1934) 16-26; 文献集, 物理化学の進歩 **8** (1934) 25.
- [8] P. Rosin, E. Rammler, Gesetze des Mahlgutes, *Berichte der Deutschen Keramischen Gesellschaft* **15** (1934) 399-416; 抄録, 大日本窯業協会雑誌 **43** (1935) 105.
- [9] E. Goecke, Vergleichende Untersuchungen über die Mahlbarkeit von Steinkohlen, *Glückauf* **70** (1934) 435-438; Abstract, Comparative experiments on the ease of comminution of coals, *Eng. Abstr.* No. 61 (Oct. 1934) 85-86.
- [10] 内田俊一, 亀井三郎, 八田四郎次, 化学工学, 丸善 (1940) pp. 631-633. <https://dl.ndl.go.jp/pid/1072536>
- [11] 和田正美, 煙台ばん土頁岩のボールミル粉碎産物の粒子分布, 水曜会誌 (京都帝国大学) **10** (1941) 509-530; 抄録, アルミニウム **2** (1942) no. 2, 72-73.
- [12] 和田正美, 福島県石川産風信子鉱石の選鉱学的研究, 岩石鉱物鉱床学会誌 **32** (1944) 209-230.
- [13] 桑井源禎, 粉碎, 化学工学講義 第1集, 修教社 (1949) pp. 21-42. <https://dl.ndl.go.jp/pid/1162585/1/19>
- [14] 粉体工学会編, 粉体工学用語辞典, 日刊工業新聞社 (1981) pp. 16, 446, 468. <https://dl.ndl.go.jp/pid/12679621>
- [15] 粉体工学会編, 粉体工学用語辞典, 第2版, 日刊工業新聞社

- (2000) pp. 10, 396–397.
- [16] P. O. Rosin, Surface: a common problem for research and engineering in fuel technology [The Melchett lecture for 1959], *J. Inst. Fuel* **33** (1960) 50–63. See also p. 98.
- [17] P. O. Rosin, The influence of particle size in processes of fuel technology, *J. Inst. Fuel* **11** (1937/38) 26–41.
- [18] E. Rammler, Gesetzmäßigkeiten in der Kornverteilung zerkleinerter Stoffe, *Z. VDI Beiheft Verfahrenstechnik* **1937** (1937) 161–168; German abstract, *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* **81** (1937) 1447.
- [19] E. Rammler, Zu den Gesetzmäßigkeiten in der Kornverteilung zerkleinerter Stoffe, *Forschungen und Fortschritte* **30** (1956) 1–9; Abstract, Relationships in the particle size distribution of comminuted materials, *Met. Powder Rep.* **10** (1955/56) 122–123.
- [20] E. Rammler, RRSB-Verteilung und Weibull-Verteilung, *Neue Bergbautechnik* **6** (1976) 284–286. See also p. 280.
- [21] H. Broche, Siebnormung für Kohlenstaub, *Brennstoff-Chemie* **6** (1925) 59; 抄録, 炭粉用篩の標準決定, 燃料協会誌 **4** (1925) 1166. <https://doi.org/10.3775/jie.4.1166>
- [22] P. Rosin, E. Rammler, Fineness and structure of pulverized coal, *Power* (New York) **65** (1927) 419–420; 抄録, 炭粉の組織と細末度, 燃料協会誌 **6** (1927) 424–425. <https://doi.org/10.3775/jie.6.424>
- [23] P. Rosin, E. Rammler, Feinheit und Struktur des Kohlenstaubes. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, **71** (1927) 1–7; Abstract and comments, *Power* (New York) **65** (1927) 419–420, 603–604; **66** (1927) 147–148.
- [24] 神保元二, 粉体工学—神代の人々, 粉体と工業 **30** (1998) no. 2, 72–74; no. 4, 70–72; no. 6, 67–69; no. 8, 71–74; no. 10, 64–67. <https://dl.ndl.go.jp/pid/3381178>
- [25] T. Keyser, Kohlenpolitik nach zwei Weltkriegen, *Glück-auf* **102** (1966) 897–904; 和訳, グルックアウフ **15** (1966/67) 453–459. <https://dl.ndl.go.jp/pid/2332203>
- [26] A. H. Stockder, *German Trade Associations: The Coal Kartells*, Henry Holt (1924); 要旨, 岡田完二郎, 独逸石炭業の企業組織並に之に関する法制, 石炭時報 **1** (1926) 235–243, 357–365, 492–497.
- [27] H. Gottschalk, Das Kohlenwirtschaftsgesetz, *Glückauf* **55** (1919) 1005–1009, 1022–1026.
- [28] K. Schmidt, Tätigkeit der technisch-wirtschaftlichen Sachverständigenausschüsse des Reichskohlenrats in den Jahren 1920–23, *Glückauf* **59** (1923) 777–779.
- [29] P. Rosin, E. Rammler, Auswertung von Siebanalysen und Kennlinien für Kohlenstaub, *Archiv für Wärmewirtschaft und Dampfkesselwesen* **7** (1926) 49–53. See also p. 54.
- [30] K. Förderreuther, Einige ausgewählte Fragen aus dem Gebiet der Kohlenstaubforschung in Deutschland [Some selected topics in the field of pulverised coal research in Germany], in: *The Transactions of the Fuel Conference*, London, Sep. 24–Oct. 6, 1928, Vol. 3, Percy Lund, Humphries & Co. (1929) pp. 275–322.
- [31] K. Sperling, Ein Beitrag zur Einteilung der Kohlenmühlen, *Feuerungstechnik* **14** (1925/26) no. 6, 61–63.
- [32] P. Rosin, E. Rammler, Feinheit und Struktur des Kohlenstaubs unter dem Einfluß von Mühlen- und Kohlenart, *Zement* **16** (1927) 820–823, 840–844, 871–875, 897–901.
- [33] H. Schubert, E. Wächtler, Erich Rammler—a pioneer of particle technology, *Part. Charact.* **4** (1987) 45–48.
- [34] H. Rinne, Zur Genesis der Weibull-Verteilung, in: H. Rinne, B. Rüger, H. Strecker (eds.), *Grundlagen der Statistik und ihre Anwendungen*, Physica (1995) pp. 76–86.
- [35] H. Rinne, *The Weibull Distribution: A Handbook*, CRC Press (2008) pp. 9–13.
- [36] H. Grosse, K. Förderreuther, E. Rammler, Mahlversuche an einer sichterlosen Rohrmühle, *Zement* **19** (1930) 189–194, 214–217; Translation, Fineness tests in a tube mill without air separator, *Concrete* **36** (1930) no. 4, 101–105; no. 5, 106–108.
- [37] P. Rosin, E. Rammler, Über die Mahlbarkeit von Kohle, *Zement* **20** (1931) 210–213, 240–241, 317–321, 343–346, 363–365; 要旨, 動力 No. 15 (Dec. 1931) 79.
- [38] W. H. Bickle et al., *Crushing and Grinding—A Bibliography*, 1st Am. ed., Chemical Publishing (1960).
- [39] 井伊谷鋼一, サイクロン集じん器の分離効率に関する一理論, 日本機械学会論文集 **19** (1953) 83–89.
- [40] 井伊谷鋼一, 木村典夫, 粉末粒度分布とサイクロン集塵器の効率, 化学工学 (化学機械協会) **18** (1954) 154–159; 抄録, 硫酸 **7** (1954) 310–311.
- [41] W. Groß, R. Zobel, Die Bewertung anstehender Stein-kohle, *Glückauf* **67** (1931) 1397–1400, 1421–1430.
- [42] W. Batel, Vergleiche zwischen der Gaußschen Normalverteilung und der Verteilungsfunktion nach Rosin, Rammler und Sperling, *Chemie Ingenieur Technik* **26** (1954) 72–74; 文献紹介, ガウス分布と R–R–S 分布かん数との比較, 日本機械学会誌 **57** (1954) 811.
- [43] 有川幸久, Rosin-Rammler-Bennett 線図の選炭への応用について, 選炭 (資源技術試験所) **9** (1959) 277–286. <https://dl.ndl.go.jp/pid/2340570/1/9>
- [44] J. G. Bennett, Prof. Rosin and Dr. Rammler's paper on the laws governing the fineness of coal powders, *J. Inst. Fuel* **7** (1933/34) 109–111. See also p. 112.
- [45] J. G. Bennett, Broken coal, *J. Inst. Fuel* **10** (1936/37) 22–39, 105–107; Discussion, 107–119.
- [46] 木村典夫, 粉体に係る 2, 3 の話題, 粉体工学会誌 **36** (1999) 906–911. <https://doi.org/10.4164/sptj.36.906>
- [47] W. Fritz, Probleme bei der experimentellen Bestimmung von Korngrößen und bei der schaubildlichen Darstellung von Korngrößenverteilungen nach Rosin, Rammler und Sperling, *Chemische Apparatur* **83** (1959) 819–824; 抄録, 科学技術文献速報 **3** (1960/61) no. 4, 94.
- [48] E. Rammler, A. Bahr, Korngrößenverteilungen, Teil I [Grain size distributions, Part 1], *Chemische Technik* **24** (1972) 345–351; 文献紹介, 粉体と工業 **5** (1973) no. 12, 73. <https://dl.ndl.go.jp/pid/3345737/1/39>
- [49] W. Batel (English translation by R. Hardbottle), *Dust Extraction Technology*, Technicopy (1976) pp. 205–206.
- [50] S. Smirnow, Kritische Betrachtungen zur Anwendung des RRSB-Netzes, *Aufbereitungs Technik* **21** (1980) 191–197; 摘録, 岡屋克則, 井上外志雄, RRS 線図の適用に関する考察, 日本鉱業協会誌 **96** (1980) 917–918.
- [51] B. C. Parks, Petrographic analysis of coal by the particle count methods, *Econ. Geol.* **44** (1949) 376–424.
- [52] G. S. Scott, Application of the Rosin-Rammler law to the “missing sizes” in screened coal, R.I. 3732, Bureau of Mines, U.S. Department of the Interior (1943) pp. 1–3.
- [53] 岡村幸雄, 粉碎, 化学機械協会年報 第 1 巻 (昭和 12 年), 化学機械協会 (1938) 172–182.
- [54] E. Szinger, Die gesebymaessigkeiten der Kornverteilung in Mahlproduktion, *Zement* **28** (1939) 231–237; 抄録, 大日本窯業協会雑誌 **47** (1939) 383.
- [55] 中條金兵衛, セメントの細かさに関する研究 (第 7 報), 大日本窯業協会雑誌 **47** (1939) 616–622.
- [56] 田中達夫, 齋藤展樹, ボールミルによる数種の窯業原料の粉碎の研究 (第 2 報), 窯業協会誌 **60** (1952) 362–365. https://doi.org/10.2109/jcersj1950.60.675_362.
- [57] 中條金兵衛, セメントの細かさに関する研究 (第 3 報), 大日本窯業協会雑誌 **47** (1939) 361–365, 407.
- [58] 葛岡常雄, 化学工学講習会に関する調査, 化学機械 **12** (1948) 148–149.
- [59] 太刀川正一郎, 猪飼茂, 市川道雄, 石炭の粉碎機構に関する研究 (第 1 報), 化学機械 **14** (1950) 61–64.
- [60] 太刀川正一郎, 猪飼茂, 石炭の粉碎性に就て, 燃料協会誌 **29** (1950) 156–161.
- [61] 井伊谷鋼一, 集塵工学 新版, 日刊工業新聞社 (1963) pp. 61–75. <https://dl.ndl.go.jp/pid/2500343/1/38>
- [62] 松居国夫, 粉碎理論, 粉碎 No. 16 (Autumn 1971) 32, 68–95. <https://dl.ndl.go.jp/pid/3325646/1/36>
- [63] 三輪茂雄, 粒度分布とその計算 (II), 粉体と工業 **11** (1979) no. 4, 57–68. <https://dl.ndl.go.jp/pid/3345802>
- [64] Anon., Harold Heywood Memorial Symposium 17–18 September, 1973, *Powder Technol.* **7** (1973) 358.
- [65] 椿淳一郎, 粉体物性, 粉体工学会誌 **36** (1999) 925.
- [66] 浜島恭, 粉体工学用語集録, 粉体工学会誌 **15** (1978) 673–687.
- [67] 森島直正, 「粉体工学用語辞典」—その準備とオフレコの話—, 粉体工学会誌 **18** (1981) 603–607.
- [68] Anon., 粉体工学用語辞典 (粉体工学会編) 改訂版 (第 2 版) 作製にあたってのお願い, 粉体と工業 **28** (1996) no. 8, 52; 粉体工学会誌 **33** (1996) 694.